NOT TO BE ISSUED
OUT OF THE LIBRARY.

GX
h
13

00051847

THE
ASIATIC SOCIETY OF BOMBAY
Town Hall, Bombay.

Digitized with financial assistance from the
Government of Maharashtra
on 02 July, 2018



1/1 − 1/3 + 1/5
− 1/7 + 1/9 − 1/11
+ 1/13 − 1/15 &c

MISCELLANEA BEROLINENSIA

AD INCREMENTUM SCIENTIARUM, EX SCRIPTIS SOCIETATI REGIÆ SCIENTIARUM EXHIBITIS EDITA,

CONTINUATIO I.

CUM FIGURIS ET INDICE MATERIARUM

51847

BEROLINI,
Sumptibus
JOH. CHRISTOPH. PAPENII,
Bibliopolæ Regii & Societatis Privilegiati.
M DCC XXIII.

00051847

REVERENDISSIMO, ILLUSTRISSIMO EXCELLENTISSIMO

DOMINO MARQUARDO LUDOVICO L.B. DE PRINTZEN,

AUGUSTI ; POTENTISSIMIQUE PRUSSIÆ REGIS

SUPREMO AULÆ MARESCHALLO, MINISTRO STATUS INTIMO, ORDINIS PRUSSICI AQUILÆ NIGRÆ EQUITI, ARCIS REGIÆ PRÆFECTO, UTRIUSQUE CONSISTORII ECCLESIASTICI PRÆSIDI, FEUDALIUM ET ECCLESIASTICARUM RERUM DIRECTORI, REGIÆ SCIENTIARUM SOCIETATIS PROTECTORI, ACADEMIARUM OMNIUM CURATORI SUPREMO, JERICHO. ET PALÆO PLATOV. CAPITANEO, ECCLESIÆ CATHEDRALIS MAGDEBURGENSIS CANONICO, HÆREDITARIO IN CARO, CADORF ETC.

DOMINO NOSTRO BENEVOLENTISSIMO,

REVERENDISSIME, ILLUSTRISSIME & EXCELLENTISSIME
DOMINE,

PRimitias conatuum & promovendis Scientiarum augmentis deſtinatorum laborum noſtrorum, cum primum in lucem prodirent, AUGUSTISSI-
MO

MO FUNDATORI noſtro ſacrare, pietas juſſit & gratæ mentis religio.

Secundum, quod modò publicamus, cui potiori jure debeatur, quam cujus ſub umbra à teneris initiis ſuccrevit hactenus & viget adhuc noſtra SOCIETAS. Nimirúm providens DIVI FRIDERICI ſollicitudo, poſt Imperii per tot provincias protenſi, magnitudinem, populorum ſalutem, publicam felicitatem, ſcientias etiam & optimas artes ſua cura complexa, TE potiſſimum, EXCELLENTISSIME DOMINE, delegit, quem earum tutelæ in univerſum præficeret, noſtræ vero SOCIETATI ſingulari titulo, PROTECTOREM deſignaret.

 Enim-

Enimvero haud opportunius ſublimi PRINCIPIS Judicio hæc cura collocari potuit, quam in TE, qui eam non auctoritate magis quam benevolentia gereres. Namque à prima ætate excelſum & ad maxima erectum animum eximiis ſapientiæ & ſolidæ eruditionis præceptis exornare in primis habuiſti, & rebus gerendis admotus, gravisſimas occupationes muſarum familiaritate temperare, delicias TIBI feciſti, denique ad ſupremos in Republica adminiſtranda gradus evectus, inter arcana ſtatus conſilia expedienda, Regiæ aulæ miniſteria ordinanda, ſupremi dicaſterii Eccleſiaſtici Judicia dirigenda, ad muſarum commercium ſubinde divertere jucundum, neque TUO faſtigio indignum reputas.

Patere

Patere, EXCELLENTISSIME DOMINE, hanc TIBI propriam laudem à nobis, quos ea potisſimum reſpicit, hic celebrari, nam cetera ad TUAM gloriam pertinentia, publica facta loquuntur, fama prædicat, cives venerantur, exteri mirantur, Orbis applaudit.

Unum rogamus, ut hæc qualiacunque TIBI hic oblata, benigne ſuscipere, ſtudia noſtra jugiter fovere, TUOque favore nos noſtramq; SOCIETATEM porro ornare ac tueri digneris. Quod reliquum TIBI & Perilluſtri Familiæ integram valetudinem, honorum opumq; incrementa, perennem felicitatem,

tem, proſpera exoptataque omnia ſinceris votis apprecamur

EXCELLENTISSIMÆ DOMINATIONIS TUÆ

Obſervantisſimi, obſequentisſimi

PRÆSES, PROPRÆSES & DIRECTORES

Regiæ Societatis Scientiarum.

Lectori Benevolo Salutem.

PRodit denuo Miſcellaneorum Berolinenſium nova collectio. Cum ante hos tredecim annos eorundem volumen primum publicaretur, in præfatione operi tunc præmiſſa de conſilio & ſcopo publicationis, de objecto tractationis, de ordine materiarum & in univerſum de tota operis ratione, ea cura & copia dictum eſt, ut inde hic repetere quicquam aut ſuperaddere ſupervacuum videatur.

Quod ad præſentem Continuationem attinet, in ea Partem *Phyſico-Medicam* deſiderari, mirum nonnullis, aliis etiam præter rem eſſe videbitur. Verum quod in præſenti, non caſus aut neceſſitas, ſed certæ rationes diſtulerunt potius quam negarunt, volumen proxime abhinc publicandum abunde reparabit. Namque obſervationum Phyſico-Medicarum, tam per annos aliquot ab exteris Membris Societatis transmiſſarum, quam à præſentibus recens collectarum, tanta abunda-

 mus

mus copiæ, ut vel his ſolis juſtum Miſcellaneorum Volumen conficere licuisſet. Sed quod ita conſtitutum Continuationis modulum excedere oportuerit, & æquitati conveniret, antiquas obſervationes recentioribus præmittere; Hi vero, qui recentius Nobiscum in Societatem coiverunt, ægre ferre quoddammodo viderentur, ſi absque ſymbolo jamjam collato abirent; conſultum magis viſum eſt, omnes illas obſervationes hac vice premere, & ſequenti Miſcellaneorum Continuationi, quam proxime ſpondemus, reſervare; Atque in hoc indulgentiam Lectoris ſollicitamus, ut exemplo Regiæ Societatis Londinenſis pro re nata & ex arbitrio magis, quam ex præſcripta penſi lege, agere concedatur.

Si quis etiam moræ, quæ inter utramque editionem intercesſit culpam forte imputare contendat, aut excuſationem exigat, hanc in communi rerum humanarum conditione invenire pronum erit. Nimirum ſicuti non omnes anni tempeſtates iisdem plantis producendis conducunt, neque fructus à primo flore maturitatem ſubito conſequuntur, ita pariter egregii conatus non tam impetu quam mora adoleſcunt, & tenuibus initiis ſtabilius firmamentum, difficilibus tutius remedium à cunctatione aut quærunt aut inveniunt.

Quod reliquum, ſi conatibus DEus faveat & temporum opportunitas, intervalla publicationis longiora vitare, & breviores Continuationum terminos obſervare propoſitum eſt.

Pars

PARS PRIMA

Continens

LITERA-RIA.

I.

GISB. CUPERI

Epiſtola ad Joh. Carol. Schott, de dato Daventriæ 14. Jul. A. 1711.

Maximam mihi delectationem attulere humaniſſimæ Tuæ literæ una cum elegantiſſima pariter ac erudita Diſſertatione de Nummo Auguſti, qui per hæc tempora tanquam *Pomum* aliquod *Eridis* exercuit Antiquitatis ſtudioſos, ad me tranſmiſſæ. Sententiam ea de re meam requiris, unaque quid de Nummo Phidonis ab avunculo Tuo in *Theſauro Antiquitatum* Regio vulgato, & à Te, Diſſ. *Miſcellaneis Berolinenſibus* inſerta, explicato ſentiam, cupide rogas, eo quod animadvertiſſe Tibi viſus ſis, ex literis ad communem noſtrum amicum D. *la Croze* à me datis, Tecum mihi non convenire.

His ut convenienter ſatisfaciam, à poſteriore articulo initium facere placet. Et primo quidem, quicquid ab illuſtri Begero de eo Nummo utique nitidiſſimo dictum, & à Te in illa Tua erudita Diſſertatione additum eſt, id omne ſumma in æſtimatione apud me eſſe profiteor. Porro concedo facile, memoriæ Phidonis, Ponderum & Menſurarum inven-

inventoris, eum Nummum dicatum eſſe, ipſumque Phidonem primum in Græcia Nummos procudiſſe, id quod utique à Te abunde probatum eſt. Nummi hujus eximiam elegantiam & nitorem agnoſco, at hoc ipſum eſt quod de ea quæ ipſi tribuitur antiquitate; mihi dubium movet. Neque enim fieri poſſe reor, ut ipſa initia artis ſummam ejus perfectionem attingant. Tanta eſt impreſſarum imaginum elegantia, ut cælatura jam tum ad ſupremum perfectionis apicem perveniſſe videatur, id quod tamen neque factum eſt unquam, neque futurum eſt. Fateor de Homero & Archilocho dixiſſe Paterculum I. 5. *In quo hoc maximum eſt, quod neque ante illum, quem ille imitaretur, neque poſt illum, qui eum imitari poſſet, inventus eſt, neque quemquam alium, cujus operis primus auctor fuerit, in eo perfectisſimum, præter Homerum & Archilochum reperiemus.* Verum in artibus manuariis, nullo mihi exemplo cognitum eſt, earum aliquam ab ipſo initio ad perfectionem aſcendiſſe. Videris mihi Tu ipſe pondus hujus objectionis ſenſiſſe, cum de crasſitie & rudi mole hujus Nummi loquens; *Cur autem,* ais, *antiqvisſimi hi Æginetarum Nummi tam inſignem præferant crasſitiem? poſteriores autem haud parum ſint majores ac tenuiores, eorum vetuſtatem in cauſa eſſe contendimus. Experientia enim jam dudum comprobavit, nummos quo vetuſtiores eo etiam ſolere eſſe crasſiores & RUDIORES.* Et poſt pauca: *Tum enim marculis ſeu formis ut parcerent, neve ſæpius ex frangerentur, neceſſe erat, non valide adeo, neque tam diu malleis eos fatigare, unde Nummi crasſiores, & NON ITA SCITE EFFORMATI fuerunt relicti, plane qualiter in NOSTRO ID CONTIGISSE, VEL SOLUS NUMMI CONSPECTUS EVINCIT. Omnes enim, quos unquam vidi, quosque numero haud contemnendo in Regia Brandeburgenſi gaza aſſervo, Græcos Numos argenteos, crasſitie & RUDI QVADAM FABRICA SUPERAT.* At vero, quod mihi videtur, crasſities ideo rudem non efficit, & hodienum numiſmata aurea & argentea inſigni crasſitie fabricantur, quæ tamen miræ ſunt elegantiæ, quantum ad molem & ad imagines? Hæc ſi haud recte ſe habeant, rudem vere & informem nummum efficiunt. Jam vero nullus dubito Te mecum pronunciaturum, nummum tuum, quoad utrumque, affabre confectum eſſe, perfecte orbicularem nec inæqualem, cujusmodi nonnulli Athenienſium cernuntur, quorum formæ identidem rudes & vitioſæ apparent.

Porro

Porro haud video, cur crasſities Nummi elegantiæ officiat, neque ſatis intelligo verba : *Neceſſe erat non valide adeo, neque tam diu malleo eos fatigare.* Ictus enim a monetariis repeti neceſſe eſt; donec imago in Nummo ſatis expreſſa conſpiciatur. Ad hoc nihil facit crasſities, & hujusmodi Numismata æqualem vim & dexteritatem operariorum exigunt, quæ aliis haud æquali crasſitie adhibentur, id quod a me in monetariis officinis ſubinde obſervatum eſt.

Sculptoriam pariter ac Pictoriam Phidonis Ætate excelluiſſe oportet, ſi Nummus de quo agitur ab eo eſt. Conſidera, quæſo, Scutum, uvam, & præcipue vas utrinque anſatum, quorum ornamenta ceu clamantes teſtes ſunt, Nummi eam antiquitatem eſſe non poſſe.

Vixit Phidon, ſecundum Euſebium, anno 1217. ab Abrahamo, & frater fuit Carani, Macedonum regis primi. Ego vero vix perſvaderi mihi patiar, eo tempore tam remoto, dictas artes eo uſque profeciſſe, præprimis in Græcia, ubi memorante Qvintiliano XII. 10. pictura primi eminuere *Polygnottus* & *Aglaophon*. *Primi*, inquit, *quorum opera non vetuſtatis modo gratia viſenda ſunt, clari pictores fuiſſe dicuntur, Polygnottus & Aglaophon, quorum ſimplex color tam ſui ſtudioſos adhuc habet, ut illa prope RUDIA, ac veluti FUTURÆ MOX ARTIS primordia, maximis, qui poſt eos extiterunt, auctoribus præferantur, proprio quodam intelligendi (ut mea fert opinio) ambitu.* Haud ambigue pronunciat Qvintilianus picturam eo tempore parum excultam fuiſſe, & qui illorum operum ſtudioſi eſſent, non eorum excellentia, ſed ſua ambitione duci, tanquam gloriam intelligentiæ artis ſoli captarent, id quod poſtremis verbis innuitur. Vixit *Phidon* & Argis dominatus eſt anno A. O. C. 3150. A. N. C. 798. *Aglaophon* floruit Olympiade XCma, teſte *Plinio* XXXV: 9. Olympias hæc incidit in A. M. 3527. A. N. C. 421. Apparet differentia plus quam 350. annorum, quibus velut infantiam egere artes. Et, quicquid dicat Plinius, XXXV. 8. claros pictores ante XCmam Olympiadem extiſſe, inferiores tamen fuiſſe probabile eſt, his qui poſt eos fuere. Appoſite huc facit, quod Lucretius canit Lib. V. in fine :

Navigia atque agri culturas, mœnia, leges,
Arma, vias, veſtes, & cætera de genere horum,

Præmia, delicias qvoqve vitæ funditus omnes,
Carmina, picturas, & dædala ſigna polire,
Uſus & impigræ ſimul experientia mentis,
Paulatim docuit, pedetentim progredientis.
Sic unum quicquid paulatim protrahit ætas
In medium, ratioque in luminis eruit oras,
Namque alid ex alio clareſcere corde videbant,
Artibus, ad ſummum donec venere cacumen.

De pictura loquor, tanquam gemella ſculpturæ & cælaturæ, quæque haud dubie parem ſortem expertæ ſunt. Conſentit *Qvintilianus*: *Similis*, inquit, *in ſtatuis differentia. Nam duriora & Thuſcanicis proxima Calon atque Egeſias* (floruerunt Olympiade LXXXVII.) *jam minus rigida Calamis, molliora adhuc ſupradictis Myron fecit.* Intelligis, ante hoc tempus ſtatuas rigidas & rudes fuiſſe, cum quæ in tuo Nummo repræſentantur, cuncta ſint operis nitidi & eximie elegantis. Et vel ipſe idem ſenſiſſe videris, cum p. 53. his verbis uteris: *Si objicere porro velis, Nummi noſtri figuras ſcienter admodum & nimis artificioſe eſſe cælatas, ut tanta artis peritia vetuſto illi ævo convenire vix videatur, omnem hac de re dubitationem Pauſaniæ auctoritate eximi tibi poſſe confido, cui Æginetarum opera apud Græcos olim decantata memorantur.* Id ut afferas, locum allegas, ubi de ſtatua agit Herculis apud Erythræos: *Ipſum ſane*, (nam latine huc transſcribere ſatis erit) *ſimulacrum, neque iis quæ Æginæa vocantur, neque Atticorum vetuſtisſimis conſimile eſt; & ſane, ſi quid aliud, eſt plane Ægyptium.* Ego vero hic nihil reperio, quo laudentur Æginetarum opera, de quibus ſimpliciter loquitur Pauſanias, nulla excellentiæ eorum mentione. Potius inde colligendum eſſe mihi videtur, ſtatuam illam Herculis parum inſignem fuiſſe, quæ antiquisſimis Athenienſium & Ægyptiorum ſtatuis, haud dubie informibus, comparata ſit, idemque neceſſario de Æginæis ſtatuendum, quibus hoc ſimulacrum disſimile fuerit. Idem de duobus ſequentibus locis obſervo: *Signum Æginææ artis eſt, e nigro lapide elaboratum*; & mox: *Operis forma ejusmodi, quæ a Græcis Æginæa appellantur.* Inde enim ſolum elicitur, fuiſſe Æginætis peculiarem ſculpendi modum, quo eorum opera dignoſcerentur, neque dubitandum eſt, ibi quoque ſucceſſu temporis artem

artem eam excultam fuiſſe, qvamquam pro incredibili habeam, jam tum Phidonis tempore ad eam perfectionem adoleviſſe, quæ in Tuo Nummo conſpicitur. Prævideo objectionem, a Dædalo ad Phidonem ſexcentos propemodum annos effluxiſſe: *Dædalum*, Euſebio teſte, *primum ſtatuis oculos addidiſſe, & crura manusque iis feciſſe, cum antea eſſent demiſſis manibus ex utroque latere, oculis clauſis conjunctisque pedibus*, & per adeo longum tempus artem multum progredi potuiſſe. Concedo id quidem, verum de eo veteres ſilent, cum tamen res tam ſingularis præteriri non debuiſſet. Qvicquid enim de initiis, quibus pictura & ſculptura effloruere, tradunt, ad tempora longe poſteriora refertur.

Habes meos in Tuum Nummum tenues obſervationes, neque ſpero ægre feres, dubia mea libere & ſine fuco me Tibi propoſuiſſe. Ea Te mihi facili negotio exemturum perſvaſus ſum, paratus mutare conceptam opinionem, ſi oſtendatur non ſatis ſolido fundamento niti. Utique Avunculi Tui, Tuæque ſententiæ accedere potius, quam quæ in chartam conjeci, præfracte tueri malim.

Porro in eadem Diſſertatione de *Anciliis* quoque agis. Diverſa eſt, qvam Feſti verbis dare conatus ſum, interpretatio, Lib. IV. *Obſervationum* mearum, & in promptu eſſet, quæ ibi allata ſunt, inſigniter augere: Sed vocat me Tua Nummi Auguſti explicatio, & veluti moram accuſat. Profecto egregius iſte Nummus eſt, Tuaque de eo ſententia tantum mihi placet, quantum cæterorum eruditorum, quas notaſti, explicationes diſplicent. Qvicquid de eo pronuncias, accurate & eleganter dictum eſt, & quæ ceteris opponis dubia, ſua ratione niti videntur. Ergo *Ducenariis* Tuis in eo Nummo locus eſſe poteſt, ſatisque probabile videtur, eos ipſos monumentum hoc honori benefactoris & grati animi cauſa poſuiſſe, ejusque memoriam Triumvirum hoc Nummo conſervare voluiſſe.

Porro ibidem Inſcriptionem attingis, quæ reperitur in Grutero CLIII. 2. eamque ſat feliciter emendas. At enim doceri a Te cupio, quid ſibi velint A JANO AUGUSTO AD OCEANUM. Mihi videtur locus aut oppidum fuiſſe ad amnem Bætin, indeque initium dediſſe Auguſtum viæ publicæ ad Oceanum, cujus milliarium CXXI. hic

 lapis

lapis. notabat. Sed de eo penes auctores nihil reperio, qvamquam duæ præterea exiſtant inſcriptiones, quæ mentionem faciunt oppidi, cui nomen templum Jano dicatum forte dedit. Iſtarum altera, Tuam emendationem omnino confirmat, dum Coſulatum XIII. & Tribunitiam poteſtatem XXI. conjunctas exhibet; altera autem a Tiberio viam refectam eſſe docet. Circa vocem CONSTANTIA hæreo. Invenio eam in Nummis *Claudii* ejusque matris *Antoniæ*. Qvas eruditi dedere eorum explicationes, paſſim notæ ſunt, huic vero loco non conveniunt. Mihi videtur Conſtantia reſpicere immenſum laborem, qui juſſu Auguſti *ad muniendam hanc viam* exhauriendus erat. Sed & ÆTERNITAS AUGUSTI expendi meretur. Mea ſententia tanquam votum eſt pro longa vita Auguſti, quo ſenſu vocabulum paſſim legitur in Nummis, & Hiſpanis proprium fuiſſe videtur, inveniuntur enim Nummi, Tarracone cuſi poſt obitum Auguſti, in quibus templa circumſcripta leguntur: ÆTERNITATIS AUGUSTI CUSTOS.

Sed & de tributo Tibi ſermo eſt, quod *Centeſima* & *Ducenteſima* eſt appellatum. Nuper de eo mecum contulit illuſtris Gallandus, ejus obſervationes Tecum communicare nunc non vacat, faciam autem alio tempore, *ſi & hæc Te cura ſollicitat*.

Ut in præſens teſtatum faciam, Epiſtolam diſſertationemque Tuam mihi gratiſſimas fuiſſe, gratias Tibi eo nomina ago enixiſſimas, viciſſimque inſcriptionem mitto ex Oriente allatam.

ΤΙΒΕΡΙΟΣ ΚΛΑΥΔΙΟΣ
ΜΑΞΙΜΑΧΟΥ ΥΙΟΣ ΦΥΣΕΙ
ΑΕΡΜΟΔΕΣΤΟΥ ΚΥΡΕΙΝΑ
ΦΙΛΙΣΤΗΣ ΤΒ
ΤΟΥ ΦΙΛΑΙΟΥ ΠΥΡΓΟΥ

Tiberius Claudius Maſimachi filius (n. adoptivus) natura vero Hermodeſti Qvirini (tribu) philiſtes ſecundum philææ turris.

Tex-

Textus Græcus verſioni haud plane conformis eſt, alia vero inſcriptio, priori adjecta, fecit ut paulum a me immutaretur. En Tibi eam.

. . . . EN . . . . . .

ΙΟΝ ΚΛΑΥΔΙΟΝ Μ.....ΑΧΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΔΗΜΟΥ

ΦΥΣΕΙ ΔΕ ΕΡΜΟΤΕΣΤΟΥ ΚΥΡΕΙΝΑ ΦΙΛΙΣΣΕΑ ΕΥΣΕΒΗ ΦΙΛΟΣΕΒΑΣΤΟΝ ΚΑΙ ΦΙΛΟΠΑΤΡΙΝ ΝΕΟΝ ΑΘΑΑΜΑΝΤΑ ΠΟΛΛΑ ΚΑΙ ΚΑΘΕΝΑ ΚΑΙ ΚΟΙΝΗΤΗΠΑ ΤΡΙΔΙ ΠΑΡΕΣΧΗΜΕΝΟΝ ΕΧΟΜΕΝΑ ΤΡΙΟΥΤΟΣ ΕΙΣΑΙΕΙ ΕΑΥΤΗ ΤΕ ΚΑΙ ΤΗ ΠΑΤΡΙΔΙ ΑΝΔΡΑΣ ΓΕΙΝΕΣΤΑ

Plane apparet, hunc eundem eſſe *Tiberium Claudium filium Miſimachi adoptivum & natura Hermodeſti*, cui monumentum ſacratum eſt; at vero probe notandum, eundem Tiberium dici eſſe etiam ΥΙΟΝ ΔΗΜΟΥ, *filium populi*. Ecce locum, quo docemur, oppida quoque adoptaſſe filios, quod ipſum, quantum ad filias etiam a me demonſtratum eſt per duas alias inſcriptiones, & unum alterumve locum Veterum, in epiſtola ad R.P. Montſauconium, qui me primum hoc eruiſſe mihi gratulatus eſt. Ipſe vides, hanc agendi rationem per illam confirmari, eaque nos doceri, Tiberio duos fuiſſe patres adoptivos, alterum privatum, *Maſimachum*, alterum civitatem, quod mea ſententia apprime eſt notabile. Vocabulum ΦΙΛΙΣΤΗΣ mihi plane eſt incognitum, & τοῦ ſuſpicionem movet, nomen eſſe officii, Tiberiumque hunc cuſtodem fuiſſe turris Philiæ, quæ in altera inſcriptione ΦΙΛΙΣΣΙΕΑ vocatur, idque cum priore fere conſonat, remque eandem haud dubie ſignificat, quamvis non ſatis mihi conſtet utra ſcriptura vera ſit.

Qvid ſibi velit ΝΕΟΝ ΑΘΑΑΜΑΝΤΑ, ignorare me fateor, & magis etiam, an reponendum ſit ΑΘΑΜΑΝΤΑ, idque referri debere ad *Athamantem* Nephelés maritum. Qvod ſi per Te licet, transformarem in ΝΕΟΝ ΑΘΛΑΜΑΤΑ, quaſi dicat, juvenem adhuc multum laboris in gratiam privatorum pariter atque pro republica ſuſcepiſſe.

Vide-

Videtur mihi legendum eſſe ΕΥΧΟΜΕΝΗ ΤΟΙΟΥΤΟΥΣ, hoc eſt, optare patriam & vota facere, ut tales viri ſibi ſemper exiſtant, licet non ſatis capiam, quare appoſitum ſit ΕΑΥΤΗ ΤΕ ΚΑΙ ΠΑΤΡΙΑΙ, niſi nomen uxoris Tiberii in capite monumenti deletum fuerit.

Reſponſum

J. C. Schotti ad præcedentem G. Cuperi epiſtolam.

Gratias Tibi ago debitas de honore, quo me afficere voluiſti per humaniſſimam 14. hujus menſis ad me datam epiſtolam. Diſſertationem, quam de *Ducenariis Auguſti* Gallico idiomate vulgavi, Tibi probari, tanto mihi gratius accidit, quanto magis publicæ quoque approbationis exinde fiduciam concipio, ad Te enim, tanquam judicem in hujusmodi operibus & quæſtionibus ſuper antiquitate maxime idoneum, jure merito cuncti reſpiciunt.

Qvod attinet ad *Inſcriptionem Milliarem* Auguſti, quæ apud *Gruterum* extat p. 153. n. 2. emendationem meam, *Coſ. VIII* in *Coſ. XIII.* omni dubio carere mihi perſvadeo. Ceterum verba *A JANO AUGUSTO* de oppido hoc nomine inſignito, & ad amnem *Bætim* ſito, accipienda eſſe, quæ Tua eſt opinio, quæque fuit etiam *Cellarii in Geographia* T. I. p. 95. 97. mihi quidem non videtur. Templum *Jani* potius eo nomine deſignari crederem, ejus fluminis ripæ adpoſitum prope Cordubam, eique nomen a ſtatua Dei impoſitum, quæ forte ibi culta fuerit, ſub nomine *JANUS AUGUSTUS*. Conſtat enim ejusmodi cognomina olim diis gentilium attributa fuiſſe, quale *Apollini Auguſto*, *Herculi Comiti*, & ſimilia. Confirmat hanc meam ſententiam *Morales* in Chron. Hiſpan. T. I. Lib. VIII. p. 194. 195. quem

locum

locum indicio Ill. la Croze debeo, unde Gruterus ſuam accepit inſcriptionem. Vocem CONSTANTIA appoſite columnæ milliari inſcriptam puto, hujusmodi enim cippi ab omni ævo Conſtantiæ ſymbolum fuere, magis autem hic, quod una diſignari potuit hæc virtus Auguſti, quam cum in omnibus actionibus, tum in hoc viarum reparandarum opere ſervabat. Eodem ſenſu vox ÆTERNITAS accipienda erit, ut ad durationem columnarum milliarium referatur, quæ extant in hunc diem & in ſcriptis eruditorum ingenti ſtudio conſignatæ ſervabuntur in perpetuum. Par ratio fuiſſe videtur templorum in honorem Auguſti conditorum Tarracone, cum inſcriptione *ÆTERNITATIS AUGUSTÆ.* Neque enim mihi vero ſimile videtur, ad ſolam longævitatem Auguſti reſpexiſſe, ipſique Nummi, quibus hæc inſcriptio reperitur eum ſenſum amovent, utpote poſt exceſſum hujus imperatoris ſignati. Famam & gloriam Auguſti immortalem hoc modo perpetuare, haud dubie propoſitum fuit. Ceterum obiter moneo, vocem *CUSTOS* in Nummis Tarraconenſium poſt verba ÆTERNITATIS AUGUSTÆ, non extare, quod Tibi viſum eſt, ſolummodo literas C. V. T. T. infra templum, quod & *Ant. Auguſtino Dialog. I.* & *Vaillantio* T. I. *de Numiſmatibus Coloniarum* obſervatum eſt. Erroris auctorem, credo, *Mezzabarbam*, *Oiſelium*, vel auctorem *Deſcriptionis Numiſmatum Ducis Croyiacenſis* habuiſti, qui in operibus ſuis *CUST.* poſuere, quod eam vocem in Nummis ſuis cernere ſe crederent, qui revera literas *C. U. T. T.* tantum præferunt. Ex his quatuor literis *CUST.* vocabulum finxere, non obſervatis punctis eas diſtingventibus, neque litera T. quæ locum S. occupat. Hæ namque literæ ſeparatim legendæ ſunt: *Colonia Victrix Togata Tarraco.* Neque enim aliter ſciri poſſet, Nummos hos Tarracone cuſos eſſe.

Ad objectionem accedo, quam Tibi placuit movere adverſum meam Latinam Diſſertationem de *Nummo Phidonis*, quæque elegantiam & artificium typi ſeu expreſsionis in eodem conſpicuum pro unico fundamento habet. Multum Tibi hoc nomine debeo, exinde enim, & legiſſe Te cum attentione ſcriptum meum, & mecum pro amicitia agere velle, plane intelligo, idque mihi fiduciam facit, fore ut quæ pari libertate dubiis Tuis eximendis allaturus ſum, Tibi non diſpliceant.

Utque inde incipiam, quod *de eximio nitore & elegantia Nummi noſtri urges, quæ dubitationem moveant, de ejus commentitia* (qualis Tibi videtur) *antiquitate, neque fieri poſſe contendis, ut initia artis ad eum perfectionis gradum aſcendant, qui in eo obſervatur; & in ſubſidium hujus ſententiæ Paterculum allegas*, pace Tua liceat mihi regerere, non ſatis a Te conſiderata eſſe (quod invitus moneo) quæ in ipſa Diſſertatione a me de eo dicta ſunt, ac inde fieri ut cenſuram ſuſcipias Numiſmatis, quod genuinum a Te conſpectum eſt nunquam, & cujus ſolus aſpectus haud dubie a propoſito revocaſſet, pariter atque aliis evenit, qui priores Te locum, quem inter Nummos antiquos ſummo jure meretur, ei negare ſuſtinuerunt. Qvandoquidem autem ſperandum non eſt, Te ad eum oculis uſurpandum Berolinum, (neque enim alio loco eum videre licet) venturum, cum ſatis ſciam, me ſolum in cimeliarchio Regio, rarisſimum hunc & quantum hucusque cognitum eſt, unicum genuinum Nummum cuſtodire, præterea eandem dubitationem & hæſitationem ſubire poſſe animos aliorum Curioſorum, qui pariter opportunitate deſtituerentur rem præſentem inſpiciendi, necesſitatem quodammodo impoſitam mihi ſentio, dum objectionibus a Te propoſitis ſatisfacere contendo, paulo accuratius de eo diſſerendi. Neque tamen animus eſt, de origine artium, initiis & incrementis prolixe verba facere, in quo argumento doctisſimi viri, *Franciſcus Junius* de *Pictura Veterum* & diligentisſimus *Joach. de Sandrat* in *Academia Germanica Architecturæ Picturæ & Sculpturæ* ſollicite pariter ac erudite ſunt verſati. Patet inde luculenter, artes eſſe vetuſtisſimas, præcipue picturam & ſculpturam, pariter ac cælaturam, quæ priſcis Ægyptiis cognita, & in effingendis ſuis *Figuris hieroglyphicis* ac idolis uſurpata fuit, veluti cum *Apin* forma tauri repræſentabant, cujus imitatione *vitulus aureus* ab Iſraelitis conflatus eſt, de quo in Sacris literis V. T. legitur. *Dædalus* in Græcia picturæ ſculpturæque peritus erat ante bellum Trojanum, ſcilicet longe ante quam Phido noſter regnaret. Omnino diſcernenda ſunt artis opera, quoties de monumentis ex antiquitate reſiduis judicium ferre volumus, & in tres claſſes figuræ artis in eis repræſentatæ digerendæ, rerum nempe inanimatarum & ſua natura immobilium, animalium omnis generis, & hominum cujusque ſpeciei & ætatis. Adoleſcentes noſtri identidem flores, arbores, fructus, ædificia, & alia inanimata, quin & animalia, veluti cervos, canes, aves & ſimilia delineando

ando pingendoque nitidisſime exprimunt, lineamenta faciei humanæ repræſentare neſciunt, nedum ut imaginem aut ſtatuam hominis, cujus formatio ſtudium & exercitationem longam & plane ſingularem poſcit, exhibere ſufficiant. Primum genus artis, & quaſi rudimenta, in Nummo Phidonis ſolum conſpiciuntur, nimirum res inanimes, Vas, Scutum ſat rude, & Urna, cum paucis characteribus, quæ exprimere & formare haud adeo difficile fuit. Exercitationem potius, quam perfectionem ea dixeris, adeo videntur mediocria. Ex ſecundo vero & tertio genere artis nihil ibi apparet, quod videantur *Æginenſes* illo tempore nondum eos progreſſus feciſſe in artibus quas colebant, indeque eſſe, quod imaginem Phidonis, quæ in Numo neceſſario requirebatur, omiſere, quam expreſſuros fuiſſe veroſimile eſt, ſi ad eum perfectionis gradum jam perveniſſent. Succesſive enim, quod recte a Te dictum eſt, in eoque Tecum mihi convenit, & per gradus ad perfectionem artes promotæ ſunt, & ut Seneca ait: *Omnium rerum principia parva ſunt, ſed ſuis progresſibus & uſu augentur*, de *Benef.* III. 29. & juxta effatum *Qvintiliani Orat. Inſtit.* IX. 4. *nihil ſimul inventum eſt & perfectum.*

Exempla celebratisſimorum poetarum, Homeri & Archilochi, qui teſte *Paterculo* a Te citato, primi auctores poeſeos iidemque perfectisſimi fuere, non evincunt, Phidonis tempore nullos in Græcia excelluiſſe artifices exercitatos, neque mihi in mentem venit aſſerere, artes eo tempore perfectione eminuiſſe, quæ Tua de impresſione Nummi noſtri ſententia eſt. Figuræ in eo conſpicuæ ſimplicitate ſua contrarium potius præferunt. Certe neque in cimeliarchiis curioſorum, neque in libris Antiquariorum Nummum antiquum Græciæ reperias, ea figurarum ſimplicitate, quæ in hoc obſervatur, & in quibusdam aliis circa idem tempus excuſis, veluti *Chelones Peloponneſi*, & antiquisſimi *Thebarum* & *Bœotiæ*, qvorum mentio fit Diſſ. meæ p. 46. 57. Qvæ ſi recte conſideres, pronior eris ut credas, *Phidonis* ætate artes intra mediocritatem fuiſſe. In hoc enim Tecum plane conſentio, quod & jam dixi, artes succesſive incrementa ſumſiſſe. Liceat vero, pace Tua hic ſubjicere, non videri mihi difficilius, hominem, intelligentia & ingenio præditum, in hoc artificio perfectionem attingere, atque in Poetica. Sorores ſunt hæ artes ab eadem origine quæque ſua natura ab omnibus diliguntur. Poeta ſtylo pingit, per elegantiam orationis, quod pictor penicil-

 lo

lo delineat, aut ſculptor per inſtrumenta effingit. In cunctis ingenium dominatur, & quidam inſtinctus a natura, nullo externo impulſu, ut in iis proficias. Eodem quoque gaudent cunctæ privilegio, ut fictiones ſuas præſtare non teneantur.

- - - - Pictoribus atque Poetis
Qvidlibet audendi ſemper fuit æqua poteſtas

veteris poetæ dictum eſt. Artium tamen ſtudium poëſeos ſtudio mihi videtur tempore antiquius. Habet ſuas poeſis difficultates, quod plurima ſint ad quæ attendere, quæque ſcire oporteat, antequam eam aggrediaris: artibus excolendis utplurimum exercitatio ſufficit, ſine inſtitutione aut notitia elegantiorum literarum. Uſu enim ſolo perfectionem in arte acquiri obſervamus: de his artibus loquor, quæ imagines rerum naturalium exprimendo ſerviunt, quales ſunt Plaſtice, Sculptura, Pictura & ſimiles. Earum remotisſimam antiquitatem aſſerendi locus ſub finem hujus epiſtolæ erit, ubi probatum daturum me confido, ipſo *Homero* longe eſſe antiquiores, qui tamen ultra ſeculum ante noſtrum *Phidonem* vixit, ſi Euſebii calculum ſeqvimur. Qvod attinet opificia & mechanicas artes, de quibus eo loco Tibi ſermo eſt, cum neceſſitate quadam velint nolint homines, eas inde ab initio tractare compulſi fuerint, propter utilitates inſignes, quibus indigentiam ſuam ſublevari ſentiebant, eas ætate Poeſin antecedere & quaſi cum hominibus ipſis natas eſſe, planum eſt. Nihil ligato ſermone effertur, quod idem pari & forte majori perſpicuitate ſoluta oratione reddi non poſſit: adeo ut Poeſis ornamenti aut delectationis cauſa tantum inventa videatur, artes autem mechanicæ & opificia omnino neceſſaria habeantur. Hæc ad Poeſin ſe habent ſicuti *Utile* & *Dulce*. De hujusmodi igitur artibus hic non diſquiritur, verum de his quæ ad delineationem referuntur, quarum ſpecimen Phidonis Nummus præfert, & de quibus unice hac in epiſtola diſſerendi locus erit.

Præterea invitus obſervo, non ſatis attendiſſe Te ad verba Diſſert. meæ p. 42. quibus de craſſitie Numiſmatum Æginenſium & aliorum ejusdem temporis ago: quas enim ejus rationes affero, potuiſſent & debuiſſent eximere Tibi dubium quod ex hoc capite mihi opponis. Videris mihi confundere fabricam Nummi, cum forma aut ei impreſſa imagine.

Ego

Ego vero; quod Tu mihi imputas, ad formam ſive ſignaculum hic non reſpicio: de fabrica ſeu impreſſo typo unice mihi ſermo eſt. In Numiſmatibus duo conſideranda eſſe non ignoras, typum & formam. Prior poteſt eſſe elegans, nitidus aut rudis: poſterior major aut minor, tenuis aut craſſa, juſtæ proportionis aut informis. De hac poſteriore mihi hic agitur, ſcilicet de forma Nummi, non de typo qui elegans eſt & affabre excuſus, contra quam figura aut forma externa, quæ rudior eſt & infabre facta. Craſsities in cauſa non eſt, cur formam minus elegantem, aut ut Tuis verbis utar, rudem habeat, quæ in mea Diſſertatione allegatur: partem tamen hujus inelegantiæ potiorem facit. Qvodſi recte intelligo, quæ adjicis, *hodie quoque Nummos cudi craſsiores, qui tamen ſint, admiranda elegantia, quoad figuram & typum*, mens Tua eſſe videtur, eundem modum & easdem machinas cudendæ monetæ olim adhibitas eſſe, quæ hodie in uſu ſunt. Niſi gravaris relegere partem diſſertationis meæ, p. 42. ubi de eo ago, videbis a me haud obſcure demonſtratum eſſe, veterum cudendi Nummos modum a noſtro longe diverſum fuiſſe. Phidonis Nummus, pro illius temporis ſimplicitate feriendo factus eſt, ictu mallei ſuper globulum argenteum in hoc paratum. Inde factum eſt, ut ſignaculum ſupra medium, quantum fieri potuit, poſitum, metallum æqualiter ab omni parte dilataret, & numismatis figuram ſat rotundam & paulo craſsiorem efficeret, quoniam ictus non ultra iterabantur, quam typus ſatis eſſet viſibilis. Circumferentia ejus non ea eſt rotunditate, quam noſtra numiſmata habent, ſed paulo inæquali, ſecundum impresſionem mallei, quæ materiam hanc in partem magis quam in aliam impulit. Talis eſt figura circularis inæqualis, quæ in Phidonis Nummo obſervatur. Eum intelligo qui nomen Phidonis præfert, alter enim ovalis fere figuræ eſt, ob eandem, quam modo attuli rationem. Opportune rem illuſtrabunt, quas hic ſubjicio, *Fig.* A & B, circumferentiæ utriusque Nummi delineationes. In delineatione Diſſertationi meæ adjecta circulares eos dederam, morem Antiquariis noſtris univerſim receptum ſecutus, qui rotunda numiſmata in operibus ſuis faciunt. Icones Numiſmatum Græcorum Goltii, Parutæ, Begeri, & quas Tu ipſe in ſcriptis tuis edidiſti, rei fidem facient. Neque mihi in mentem veniſſet unquam, fore ut quisquam harum rerum intelligens hic vel minimum ſit hæſitaturus, cum experientia exploratum habeant, Græca Numiſmata perfecte orbicularia non eſſe. *Tab. I.*

Cras-

Craſſitiem Numiſmatis noſtri, elegantiæ ejus non officere, veriſſime a Te dictum eſt: hæc ipſa autem craſſities antiquitatis ejus indicium eſt irrefragabile. Extra dubium enim, quanto craſſior Nummus conſpicitur, tanto eſt antiquior: quod de antiquis Græcorum Nummis acceptum volo. Cuncta hæc a me dilucide explicata ſunt, Diſſertationis meæ p. 41. 42. quem locum ſi denuo inſpicere volueris, & accuratius expendere, penitus intellecturum Te mihi perſvadeo, neque in verbis; *neceſſe erat, valide adeo neque tam diu malleis eos fatigare*, amplius hæſitaturum. De antiquiſſimo more feriundi Nummos, globulum rotundum malleis percutiendo, ibi loquor, qui monetarios admonebat, ſollicite cavere, ne formæ vim inferrent, ſed ab opere ceſſarent, quamprimum typus in metallo conſpicuus eſſet, non attenta craſſitie & deformitate formæ. Potiorem enim turſc, & recte quidem, ſignaculorum ſuorum, quam externæ Numiſmatis elegantiæ rationem habebant. Tibi contrarium videtur, apparet enim Te aſſerere, veteres de externa figura Numiſmatum ſuorum æque ſollicitos fuiſſe, ac a nobis hodie fieri ſolet, ſuosque Nummos eodem modo, quo nos utimur excudiſſe. Neque aliud præferunt verba a Te adjecta, cum ais, *monetæ fabricationem in officinis monetariis a Te oculis eſſe uſurpatam*. Itane credis inventum feriundæ monetæ ab initio perfectum fuiſſe? Id vero pugnat cum loco Lucretii a Te allegato, cum Senecæ & Qvintiliani dictis a me hunc in finem adductis, & cum ipſa rei veriſimilitudine.

Typus Nummi Phidonis minime demonſtrat, *Picturam & Sculpturam eximias fuiſſe & ſua perfectione floruiſſe, hujus regis ætate*, quod Tuum aſſertum eſt. Accuratius conſideranti potius apparebit, artem eo tempore haud multum progreſſam fuiſſe, cum nulla cernatur figura humana, ne caput quidem Phidonis, quod tamen adeſſe e re erat. Sane Mea ſententia, quicquid ibi cernitur, primum fere tentamen ſculpturæ eſſe videtur, tantum abeſt ut perfectionem artis, quæ tua opinio eſt, arguat. Qvid delineare facilius eſt, quam urceum, clypeum, & uvam? & quid conſpici poteſt ſimplicius? Sed de eo a me ſatis actum eſt ſuperius.

Polygnotus & *Aglaphon*, Qvintiliano memorati, Pictores fuere non ſculptores, neque cælatores, quorum ars antiquitate præcellit, de quo jam dictum eſt, & porro dicendi locus erit in ſeqventibus. *Plinius.*

us L. VII. c. 56. poſt Ariſtotelem refert *primum in Græcia picturæ inventorem, Euchirum fuiſſe, cognatum celebris artificis Dædali*, qui Teipſo fatente, ante *Phidonem* vixit propemodum ſexcentos annos, & conſequenter mille fere annos ante *Polygnottum* & *Aglaphonem*. Præterea facta hiſtorica in pictura repræſentare, propter permulta, ad quæ attendere neceſſe eſt, tum ratione figurarum, earumque ordinis & actionis, tum ratione colorum, res eſt longe difficilior, quam formam Numismatis exſculpere, typis adeo ſimplicibus & exſecutione facilibus, quales in *Phidonis* Nummo conſpiciuntur, id quod probe obſervari meretur. Equidem facile mihi perſvadeo Plaſticen & Delineatoriam multum ante *Euchirum* cognitas fuiſſe, neque ab eo aliud niſi ornamentum colorum figuris additum fuiſſe, quæ antehac ſolis lineamentis deſcribebantur, eamque exornationem *Euchiri* pingendi coloribus occaſionem dediſſe. Qvantum ad Plaſticen, teſtatur *M. Varro* a *Plinio* allegatus L. XXXV. c. 45. *Paſitelem* artificem *Plaſticen matrem ſtatuariæ ſculpturæque & Cælatoriæ eſſe dixiſſe.* Et idem *Plinius* d. L. c. 5. hanc diſtinctionem confirmat, diverſasque picturæ ſpecies, & quibus gradibus ſenſim ad perfectionem progreſſa ſit, his verbis deſignat: *Picturæ initia incerta. Ægyptii ſex millibus annorum apud ipſos inventam, priusquam in Græciam tranſiret, affirmant, vana prædicatione, ut palam eſt. Græci autem, alii Sicyone, alii apud Corinthios repertam, omnes umbra hominis lineis circumducta, itaque talem primam fuiſſe. Secundam ſingulis coloribus, & monochromaton dictam, poſtquam operoſior inventa erat, duratque talis etiam nunc. Inventam linearem dicunt a Philocle Ægyptio, vel Cleanthe Corinthio. Primus invenit eas colorare teſta, ut ferunt, trita, Cleophantus Corinthius.* Inde manifeſtum eſt Plinium diverſos gradus picturæ agnoſcere, quamquam in deſignandis auctoribus, qui ſingulos adinvenere, fluctuet. Mihi cum Ariſtotele, quantum ad poſteriorem ſpeciem, præferre *Euchirum* placet, eumque primum extitiſſe, qui lineares figuras, longo tempore ante ipſum uſitatas, coloribus exornare inſtituerit, id quod jamjam demonſtratum dabo. Ita pariter *Dædalus* ſtatuariam perficere primus tentavit, quando ſtatuis ſeu figuris humanis oculos aperuit, & habitum actionis addidit, cum ante eum rigidæ & ſine omni nota vitalis motus conſierent.

Verba Lucretii a Te adducta oppido mihi favent, ſupra enim clare a me demonſtratum eſt, cælaturam formæ Nummi Phidonis admo-

dum ſimplicem eſſe, & conſequenter tentamen initiamenti optime referre.

Quintiliani locus, quo de *Calone* & *Egeſia* loquitur, nihil ad me, de ſtatuis enim eorum ibi agitur, ego vero probabiliter oſtendi, quo tempore Nummus Phidonis cuſus eſt, figuras hominum aut facies in Nummis nondum adhibitas fuiſſe. Neque *Nummi Æginenſes* ullas habent, neque qui eodem tempore cuſi ſunt in Peloponneſo, aut Bœotiorum antiquiores. Primi, mea opinione, Thebani in Græcia capita Bacchi & Herculis ſuis Numismatibus impreſſere. Neque tamen a ſimplicitate horum Numismatum conſequentia deducenda eſt, artem figuras humanas delineandi eo Tempore in Græcia prorſus incognitam fuiſſe. Id enim nemo eſt qui affirmare ſuſtineat, cum vel *Dædali* ætate ſtatuæ efficerentur, & *Homero* teſte, Trojæ, ante excidium, ars delineandi non ignota eſſet. Id apparet a textorio opere celebris Helenæ, a Poeta deſcripto Iliad. L. III.

Iris autem rurſus Helenæ albas ulnas habenti nuncia venit,
Hanc autem invenit in domo, hæc vero magnam telam texebat,
Duplicem, ſplendidam, multos autem intexebat labores
Trojanorum bellicoſorum & Achivorum.

Plura ejusdem poetæ teſtimonia, ſi opus eſſet, adducere poſſem. Qvas in eodem opere facit deſcriptiones *clypeorum Minervæ, Agamemnonis, Achillis, Cinguli Veneris*, & aliæ plures, dictis fidem faciunt. Eosdem clypeos Plinius quoque memorat Lib. XXXV. c. 4. eos olim pingi ſolitos. *Scutis*, inquit, *qualibus apud Trojam pugnatum, continebantur imagines.* Sed & hieroglyphica Ægyptiorum, quorum indubitabilis eſt remotisſima vetuſtas, ſententiam meam firmabunt. Qvas exhibent figuræ, multum equidem variæ, nihilominus eleganter deſignatæ ſunt, animalium pariter ac facierum humanarum. Tales erant in obeliſco *Meſtris*, de quo *Plinius* Lib. XXXVI. c. 14. in hunc modum loquitur. *Omnium primus* (obeliſcos erigendi morem) *inſtituit Meſtres, qui in ſolis urbe* (Heliopoli) *regnabat, ſomnio juſſus. Hoc ipſum inſcriptum in eo. Etenim ſculpturæ illæ effigiesque, quas videmus, Ægyptiæ ſunt literæ.* Conſtat utique ex hoc loco, fuiſſe illi obeliſco inſculptas imagines & figuras, easque vice literarum

aut

aut ſcripturæ fuiſſe Ægyptiis. Obſervant Interpretes & notat *Euſebius* in Chronic. hunc *Meſtrem* eſſe *Miſraim Chami* filium, qui vixit circa A. M. 1926. ſecundum calculum *Jac. Uſſerii* in *Annal. Vet. Teſt.* adeoque ultrá 1500. annos ante Phidonem. Sed de his plura dicere ſupervacaneum foret, cum manifeſta ſit delineatoriæ artis ſumma antiquitas. Neque enim probandum recepi, Delineatoriam Pictura & Cælatura formarum pro Numiſmatibus non eſſe antiquiorem, ſed hoc innuo & aſſero, Phidonis ævo initium ſumſiſſe morem exſculpendi ejusmodi formas pro Numiſmatibus, nimirum eas excavando, & inverſo ſitu elaborando, perinde ac noſtræ tabulæ chalcographicæ ſe habent, quæ chartæ applicatæ, pariter atque illæ in metallo, imaginem rectam & naturali ſitu exhibent. Facile me intelliget, qui vel modicam harum rerum notitiam habuerit. Qvoniam autem hic chalybem exſculpendi & excavandi modus tunc novus, pariterque multum erat difficilis, prudenter ab initio imagines ſimplices, faciles & ab utroque latere æquales delectæ ſunt, quo minore negotio ſuccederent. Idque quam optime convenit figuris Nummo Phidonis impreſſis, ſcuto, amphoræ & uvæ. Præterquam enim, quod hæ res cum hiſtoria conſentiunt, ſimplicesque & faciles imitando ſunt, inſuper etiam utrinque ſunt æquali facie, ut vel de induſtria ſelectæ aut potius exquiſitæ in hunc uſum cenſeri debeant, unde initium excavandi formas Numiſmatum primum fieret. Hæc ſola obſervatio firmat & irrefragabiliter adſtruit ultimam Nummi noſtri Phidoniani antiquitatem, eique primum inter Numiſmata, quotquot in orbe exiſtunt, locum haud dubie vindicat.

Typum in Nummo Phidonis inſigniter & induſtrioſe elaboratum eſſe haud equidem nego. Verum diſcernenda mihi videtur elegantia operis quod vitio careat, ab ea perfectione artis quam in eo Nummo Te putas deprehendere. Perfectio cuncta complectitur quæ pro complemento artis requiruntur, elegantiam etiam de opere cum induſtria confecto, qualis noſter Nummus eſt, pronunciare licet. Qvæ in eo conſpiciuntur figuræ, non equidem artificium exquiſitum, elegans tamen & ſine vitio opus probant. Hoc perfectionis genus, induſtria & attentione acquiritur, ſine penitiori notitia regularum, quæ ad conſummationem artis ducunt, & ſtudium poſcunt prolixius. Si lubeat interrogare quemcunque eximium artificem, quales vobis non deeſſe ſcio, certus ſum,

quæ a me dicta ſunt, ſine hæſitatione confirmaturum, & in meam ſententiam iturum. Ipſe mihi videor hac in re judicium ferre poſſe, qui ab adoleſcentia captus deſiderio diſcendi, multum diligentiæ impendi, ut eum artis habitum attingerem, quo figuras humanas & facies delineare poſſim, quæ in antiquis Numiſmatibus conſpiciuntur, cujus rei exempla in opuſculis a me editis paſſim extant.

Qvæ hactenus a me prolixe dicta ſunt, ſufficienter Te edocebunt mentem meam, expreſſam verbis Diſſertationis meæ p. 53. *Si objicere porro velis, Nummi noſtri figuras ſcienter admodum & nimis artificioſe eſſe cælatus, cum artis peritia vetuſto illi ævo convenire vix videatur &c.* Namque ſi typus Nummi noſtri Phidonis ſatis affabre & perite factus eſt, inde tamen non ſequitur, conſummatæ artis cumulum oſtentare. Qvodſi ejusmodi ratiocinium admittatur, dicendum pariter eſſet, adoleſcentes noſtros, qui ſæpius res inanimatas, quin & animalia, canes, aviculas & ſimilia, delineando aut pingendo excellenter effingunt, laudes conſummatorum artificum mereri, quod tamen abſurdum videtur. Eſt mihi adoleſcens famulus, qui dexterrime & ſingulari elegantia pingit hujusmodi minutias, qui tamen neque figuras humanas delineare, neque cælaturam, minus etiam ſculpturam aut picturam novit. Profecto multis inſtructum eſſe oportet, qui conſummati artificis elogium mereri cupit. Et ſi, cenſente *Felibiano de vitis Pictorum* Colloqu. 1. qui ſumma artis intelligentia præditi ſunt, pro certo habent, *non extitiſſe unquam ſub ſole pictorem, qui cunctas artis ſuæ partes in ſummo excellentiæ gradu poſſediſſet*, num ſperandum erit, ut quisquam hominum plurium artium perfectionem acquirat? & qua ratione fieri poteſt ut res adeo ſimplices, quales ſunt quæ in Phidonis Nummo extant, pro monumentis conſummatisſimæ artis in univerſum reputentur, quod a Te fieri epiſtola Tua preferre videtur. Mihi id omnino imposſibile habetur. Te vero hæc cum attentione conſideraturum, & propoſitam diſtinctionem intellecturum confido. Neque mihi dubium eſt fore, ut allatis ad Tua dubia a me ſolutionibus plane acquieſcas. Erant apud Æginenſes artifices induſtrii & elegantes, uſque ad certum modum artis, non tamen in omni genere artium Phidonis tempore. Obſervandum tamen, monumenta artis maxime in typis Numiſmatum, quanto ſunt antiquiora, tanto etiam eſſe excellenriora qua eleganti-

gantiam imaginem & cælaturæ. Romanorum Numiſmata, ſi typum reſpicias, noſtris ab aliquot retro ſeculis excuſis longe ſunt nitidiora, Græcorum tamen Numiſmata Romanis tum quoad cælaturam tum quoad eminentiam typi longe præcellunt. Trita hæc ſunt antiquariis & manifeſtæ veritatis. Cauſa in promptu eſt, quod Græcorum veteribus Delineatoria, qvam ab Ægyptiis haud dubie accepere, in magno pretio ſemper fuit, de quo mihi abunde dictum eſt in præcedentibus. Delineatoria vero, cum baſis ſit ceterarum hujus generis artium, Plaſtices puta, Sculpturæ, Picturæ & Cælaturæ, quod nemo it inficias, non adeo mirandum eſt, veteres, cum tanti eam facerent, in reliquis etiam artis generibus, quæ ſibi excolenda ſumebant, felices adeo progreſſus habuiſſe. Qvin agnoſcere mihi videor, harum artium, aut ſaltem delineatoriæ, amorem natura inditum eſſe hominibus, adoleſcentes enim & in univerſum omnes, eis ſummopere delectari animadvertimus. Pueri noſtri a prima infantia libros ſuos variis figuris maculant, eique exercitationi ſæpe adeo intenti ſunt, ut difficulter ab ea ſe abduci patiantur. Et paſtores noſtri greges ſuos in agro cuſtodientes, annon ex ligno & alia materia omnis generis figuras admiranda induſtria effingunt, quibus tamen cum artificibus nulla communio, nulla vel leviſſima inſtitutio interceſſit. Simios hac in parte referre mihi homines videntur, illi enim humanas actiones & motus, quos advertunt, imitantur, hi impulſu naturæ ducti ipſam naturam æmulari, & Dei opera ſimilitudine quadam aſſequi nituntur, ſive per Delineatoriam ſive per alia inventa ingenioſa, quamvis perinde illi quam hi propoſitum perfecte non aſſequantur. Unde dilucide conſequitur, artes ſupradictas, vel ſaltem Deſignatoriam & Plaſticen, quaſi cum ipſis hominibus natas, & ipſius mundi fere antiquitatem attingere.

Hæc attente conſideranti mirum videri non debet, typum Nummi Phidonis ſcite & eleganter factum eſſe, quamvis figuris conſtet ſimplicibus & facilis imitationis, ob rationem ſuperius allatam. Æginenſibus enim continue Delineatoriæ & Sculpturæ impenſe intentis, propoſitum exſculpendi formas pro Nummis cudendis exequi, juſtamque proportionem figuris, alioqui per ſe ſimplicibus, addere inde facilius fuit. Sane quid hic dubii ſuperſit, non video. *Pauſanias* a me adductus non eſt, ut univerſalem horum inſulanorum in operibus artis perfectionem demonſtrarem, ſed tantum ut indicarem, ab antiquo multum ſcul-

pturæ deditos fuiſſe; unde probabile fieret, ſtudium hoc, cujus ſpecimina a longo tempore in Græcia extarent, occaſionem dediſſe invento adeo utili conficiendi formas monetarias. Vide, ſi placet, Diſſertationis meæ p. 54. Qvam ſequente p. 58. addidi obſervationem, nimirum ſterilitatem inſulæ *Æginæ* ſuppeditare potuiſſe inventum fabricandæ monetæ, eadem quoque ſtudio harum artium incolas incendisſi reputanda eſt, ut nimirum in ſterili inſula de neceſſariis tuendæ vitæ melius ſibi proſpicerent. Necesſitatem enim optimam artium magiſtram eſſe dudum novimus. *Perſii* in *Prologo Satyrarum* hæc verba ſunt:

Magiſter artis ingeniique largitor Venter.

Et *Claudianus de raptu Proſerpinæ* L. II. hunc necesſitatis effectum agnoſcit:

Provocet ut ſegnes animos, rerumque remotas
Ingenioſa vias paullatim exploret egeſtas,
Utque artes pariat ſolertia, nutriat uſus.

Hæc Tibi regerenda duxi, ut eximerem dubium ſuper vera antiquitate Nummi *Phidonis*, in mea edita latina Diſſertatione aſſerta. Argumenta mea & ratiocinia ſatis animo Tuo feciſſe ſpero, idque a Te diſcere mihi tam gratum foret, quam quod gratisſimum. Qvodſi his non attentis, potiorem eſſe opinionem Tuam credis, & prorſus contendis, Phidonis Nummum illi coævum non eſſe, ſed in memoriam ejus a poſteritate cuſum, a meis tamen partibus alii harum rerum periti ſtabunt, interque eos b. m. illuſtrisſimus L. B. Spanhemius, huic cauſæ alioqui quodammodo implicitus, quod Te non ignorare credo, qui ſuo me conſenſu & approbatione ornarunt per literas a me ſtudioſe ſervatas.

Ceterum, qua ratione unicum momentum ſculpturæ typi in Nummo noſtro, *Phidonis* ævo tam congruentis & priſcam ſimplicitatem referentis, quod a me clarisſime oſtenſum eſt, a mea ſententia, tot tamque invictis argumentis ſuffulta, Te alienare potuerit, non intelligo. Qvodſi tamen in ſenſu Tuo perſiſtere, id quod equidem mihi, optimæ cauſæ fiducia, ægre perſuadeo, dic mihi, quæſo, quis ille ſit ſive homo ſive populus, qui probabiliter hujus Nummi in memoriam Phidonis ſignati auctor haberi posſit? Qvo tempore id factum? Si in Nummis Græco-

rum ſimile exemplum obſervaſti unquam? Si Nummos a Phidone ex-
tare poſſe prorſus negas? Si non negas, quod certe non potes, jam con-
ſentis aliquo typo notabili ſignatos fuiſſe. Et quem typum dabis hujus-
modi monetis antiquis magis convenientem, magisque ſimplicem, eo qui
in Nummo noſtro apparet. Si quid habes de hoc Nummo dicendum,
quod ei accuratius explicando faciat, quodque ſolidioribus argumentis,
præter quæ a me allata ſunt, nitatur, hoc ut mecum aut cum publico
communices impenſe rogo, gratiamque ſingularem ex me Tibi ſpondeo.

Non ſum neſcius, in eruditisſimis Tuis *Obſervationibus* verba *Fe-
ſti* de *Ancilüs* aliter explicari, atque a me Diſſert. p. 39. 40. factum eſt.
Verum, ne quid disſimulem, mea explicatio verior probabiliorque mi-
hi videtur. *Feſti Anciliorum* deſcriptio Lib. XI. voce, *Mamurius Ve-
turius*, hæc eſt: *Numa Pompilio regnante e cælo cecidiſſe fertur AN-
CILE, id eſt, SCUTUM BREVE, quod ideo ſic eſt appella-
tum, quia EX UTROQVE LATERE ERAT RECISUM,
UT SUMMUM INFIMUMQVE EJUS LATIUS MEDIO
PATERET.* Nihil in hoc loco video, qvod Anciliis in Numiſmati-
bus conſpicuis, non optime conveniat, meamque ſententiam confirmet,
de ſeno horum ſcutorum numero a me in ſingulis obſervato, quos Tu
binos eſſe contendis. *Feſtus* ait, Ancilia fuiſſe Scutum minus & breve,
utroque latere exciſum, & ſpatium a ſummo ad imum magis fuiſſe ex-
tenſum, quam in medio. Ita enim capio verba, *ut ſummum infimum-
que latius medio pateret.* Poſtrema hæc verba Te, credo, turbave-
re, & ut verum fatear, ita comparata ſunt, ut Te pariter ac alios in la-
pſum inducere posſint. Verba, *ſummum infimumque*, a Te de duobus
extremis Scuti, ſuperiore & inferiore, (*a b. a b*) accipiuntur, quæ
medio (*c c*) latiora eſſe contendis, ex quo illam *Ancilii* figuram animo
concepiſti, quæ *Fig. C* exhibetur. Præcipue quod in ea obſervare Tibi
viſus es utrinque exciſiones, de quibus *Feſtus*, *Ex utroque latere erat
reciſum.* Pace Tua dicere liceat, nihil eorum in deſcriptione *Ancilis*
a *Feſto* tradita mihi apparere. *Summum infimumque* mihi non aliud
eſt, niſi ſpatium inter extremum ſcuti ſuperius & inferius, quod magis
extenſum ſit, *latius pateat*, *medio* ſpatio. Porro verba, *ex utroque
latere erat reciſum*, hoc ſenſu accipio, *Ancilia* non fuiſſe ſcuta rotun-
da, ſed utrinque reciſa, quomodo a Plutarcho deſcribuntur, de quo Fig. C.

pau-

Fig D. paulo infra. Figuræ, quas adjicio, lumen dictis affundent. Figuræ *D* notæ (a.b.c.d.) planum orbiculare deſignant, qualia erant ſcuta communia: (e.f.g.) utrinque reciſa; *ex utroque latere erat reciſum:* (*h.i.k.*) denotant ſpatium a ſummo ad imum, *ſummum infimumque*, quod *latius patet* ſpatio *medio* (*f.i.f.*) utique ſic intelligo *Feſti* verba; quæ veram Ancilis figuram nobis exhibent ovalem.

Qvæ modo dicta ſunt, qui debite expenderit, explicationem meam veram & cum re convenientem agniturum, diverſamque ſi quam habuit opinionem dimiſſurum confido. Plane *Feſti* deſcriptionem *Anciliorum* cum figura a Te aliisque ante & poſt Te viris celeberrimis ac doctisſimis delineata prorſus conciliari non poſſe mihi certum eſt. Qvomodo enim *Scutum breve* dixeris machinam longitudine a Te propoſita, quæque in Nummis *Antonini Pii*, & *Licinii Stolonis* conſpicitur, ſi tantum gemina exhiberi contendas. Nemo, opinor hæc tam longa ſcuta, brevia cum ratione dixerit, tantum abeſt ut a Feſto ſic appellata fuerint, qui potius *Scutum oblongum* dixiſſet, & merito, ſi hac figura fuiſſet. Ille *Anciliorum ſummum infimumque latius medio patuiſſe* dicit, quod ſane figuris *Ancilium* in Nummo *Antonini Pii* minime reſpondet, etiamſi Tuæ opinioni locus eſſet, hic enim medium æque late patet atque ſuperius & inferius. Fidem rei faciet exacta, quam Diſſertationis meæ *Miſcellaneis Berolinenſibus* T. I. inſertæ p. 38. ſeqq. Fig. 6. dedi delineatio. Neque mihi adverſantur Figuræ eorundem Anciliorum in Nummo *Lic. Stolonis.* Qvodſi enim in his medium ſpatium, extremis ſuperne & inferne anguſtius apparet, non aliud in cauſa eſt, niſi quod ſex *Ancilia* gemino ordine in Nummo collocata, diverſo ſitu ſunt diſpoſita. Reſpice, ſi placet, locum citatum Diſſert. meæ Fig. 5. In Nummo *Antonini* ad lineam rectam in longum ſibi invicem ſuperimpoſita ſunt, in *Stolonis* autem Nummo, medium in longum, reliqua duo ſupra & infra transverſim ſunt diſpoſita. Excipies forſitan, cauſam non apparere, cur ſex ancilia in Nummis exprimantur, cum duo ſufficere potuiſſent. Reſpondeo, etiam bina ſuperflua videri, quando vel unicum veram ejus formam ante oculos ponere potuiſſet. Neque tamen ſine optima ratione id factum eſſe autumo. Qvodſi unicum in Nummo repræſentare placuiſſet, neceſſe fuiſſet integrum Nummi ſpatium eo occupare, quod immenſæ magnitudinis ſcuti ideam excitaſſet, ab *Ancili*, quod *ſcutum breve*, au-

ctore Feſto erat, longe alienam. Eadem ratione porro evincitur, quare gemina *Ancilia* expreſſa non ſint, nimia enim longitudine ſua genuinam formam & magnitudinem referre non potuiſſent. Ut igitur cuncta hæc incommoda evitentur, & juſta proportio horum brevium ſcutorum exprimatur, nihil opportunius habuere, quam ſi ſena darent, eo ordine, quo in Nummis cernuntur, diſpoſita. Sufficiet, ut puto, hæc obſervatio, qua Tuæ curioſitati ſatis fiat, ego vero meam de loco *Feſti*, cujus in epiſtola Tua mentionem feciſti, ſententiam aperui.

Opportune hic ſubjungo aliam objectionem, ab amico meo eodemque Tuo, cujus eruditionem & eximias dotes multum veneror, nuper mihi propoſitam, ſuper *Anciliorum*, quam ſtatuo, figura. *Plutarchum* meæ ſententiæ omnino adverſari putat vir doctiſſimus, Tuæ autem apprime favere. Locus ab eo hanc in rem adductus extat in *Vita Numæ*, ubi hæc leguntur: Αὐτὰς δὲ τὰς πέλτας ἀνκύλια καλοῦσι, διὰ τὸ σχῆμα. Κυκλος γὰρ οὐκ ἔστιν, οὐδὲ ἀποδίδωσιν ὡς πέλτη τὴν περιφέρειαν, ἀλλ' ἐντομὴν ἔχει γραμμῆς ἑλικοειδοῦς, ἧς αἱ κεραῖαι καμπὰς ἔχουσαι, καὶ συνεπιστρέφουσαι τῇ πυκνότητι πρὸς ἀλλήλας, ἀνκύλον τὸ σχῆμα ποιοῦσιν. Quæ ſic verto: *Hæc ſcuta appellantur* Ancilia, *propter formam, non enim rotunda ſunt, neque ſemirotunda, qualia ſunt quas* Peltas *vocant; ſed figura ſpirali reciſa ſunt, cujus extremitates curvaturas habent, quæ converſione ſua lineæ oppoſitæ conjunctæ formam faciunt inæqualem.* Hæc deſcriptio videbatur amico perfecte convenire cum figura *Ancilis*, qvam Tecum dedit *Joach. Camerarius* Συμμικτῶν προβλεματικῶν Decur. IX. Probl. 8. & noviſſime *Dacerius Not. in Feſtum.* Rationes, quibus nitebatur, erant, Plutarchum Ancile deſignare per ſcutum, quod rotundum non ſit; loqui de partibus ſcuti reciſis, formæ lineæ ſpiralis; & denique id facere figuræ inæqualis. Hæc ſufficere putabat, refutandæ meæ opinioni, qui Ancile ſtatuo nulla reciſione, forma æquali & rotunda, ſicut ipſe interpretabatur, quod omnino diverſum eſſe a Plutarchi deſcriptione cenſebat.

Verum ea objectio a me nullo negotio diluta eſt, & dilucide oſtenſum, alia omnia potius, quam quæ ipſe Plutarcho tribuat, ab eo dici, ejusque verba hunc in modum interpretatus ſum. Plutarchus ait, *Scuta hæc appellata fuiſſe Ancilia, propter formam* — Αὐτὰς δὲ τὰς πέλτας ἀγκύλια καλοῦσι, διὰ τὸ σχῆμα. Ego hæc de reciſis utrinque & in circum-

cumferentia accipio, cum enim *Ancile*, juxta *Servium*, vox ſit Latinæ originis, compoſita ex antiqua præpoſitione *Am*, quæ idem olim ſignificabat, quod *circum*, & verbo *cædo*, inde factum eſt *Amciſum*, dein *Anciſum*, denique *Ancile*; quod neceſſe erat, ſcutum hoc in ambitu ab utroque latere recidere, ut a communibus rotundis diſtingueretur. Pergit *Plutarchus*: Ancilia *neque rotunda forma, ſicuti ſcuta ordinaria, neque ſemirotunda, ſicuti quæ Peltæ appellantur, reciſa fuiſſe*: Κύκλος γὰρ οὐκ ἔστιν, οὐδὲ ἀποδίδωσιν ὡς πέλτη, τὴν περιφέρειαν. Hæc vero figuræ ovali noſtri *Ancilis* optime reſpondent, quod neque rotundum eſt, quæ Tua in *Obſervationibus* eſt ſententia, qui figuram rotundam cum ovali confundis, & utramque pro eadem habes, quæ tamen probe diſtinguendæ ſunt. Idem ſentire Amicus noſter, cui hic reſpondeo, videtur, quod non adeo mirum, cum ipſe *Iſidorus Origin.* L. XVIII. c. 12. in eundem lapidem impegerit, cum de ſacro hoc ſcuto ſcribens; *Ancile*, inquit, *dictum ab anciſione, quod ſit ab omni parte veluti anciſum & rotundum*. Et mox: *Ancile vocatur ſcutum breve & rotundum*. Formam hic intelligit ovalem, non circularem, qua *Ancile* præditum non fuit, κύκλος γὰρ οὐκ ἔστιν, *Plutarchus* ait. Et vocabulum κύκλος non ovalis figuræ, ſed rotundæ ſignificatione ſemper acceptum fuit, teſte *Platone Epiſt.* 7. Κύκλος ἐστι τὸ ἐκ τῶν ἐσχάτων ἐπὶ τὸ μέσον ἴσον ἀπέχον πάντη: *ab extremis ad medium diſtantia ab omni parte æquali*. Neque magis *Ancile* ſemirotundum fuit, qualis *Amazonum Pelta*, quæ lunam dimidiatam quodammodo referebat. Conſulatur *Petrus Petitus* in doctisſimo de *Amazonibus* opere. Subjungit *Plutarchus*, *Ancilia habuiſſe inciſionem forma ſpirali, cujus extrema verſus lineam oppoſitam converſa, cumque ea conjuncta, figuram inæqualem efficiant*. Ἐντομὴν ἔχει γραμμῆς ἑλικοειδοῦς, ἧς αἱ κεραῖαι καμπὰς ἔχουσαι, καὶ συνεπιστρέφουσαι τῇ πυκνότητι πρὸς ἀλλήλας, ἄγκυλον τὸ σχῆμα ποιοῦσιν. Hæc verba, male hactenus intellecta, verum ſenſum auctoris turbarunt, qui a me nullo labore erutus eſt. Qvi ea illuſtrare aggresſi ſunt, eodem quo Tu & amicus noſter ſenſu ea accepere, nimirum, ut lineam ſpiralem invenirent, inciſionem ſupponere neceſſum fuit, ἐντομὴν: neceſſum fuit hanc inciſionem in lateribus
Fig. C. collocare, itaque tandem ſibi perſvaſerunt, partes reciſas (*d. d.*) Fig. C. ſpiralem lineam, a Plutarcho diſignatam conficere, neque aliter *Ancile* poſſe dici *inæquale*. Ego autem velim conſideres, an ſpiralis linea appellari

pellari poſſit ſemicirculus qui in figura *Ancilis* a Te propoſita conſpicitur? Illas enim inciſiones (*d.d.*) Fig. C. revera ſemicirculares eſſe negari non poteſt, cui cum ſpirali a Plutarcho indigitata nulla ſimilitudo. Animadvertit id amicus noſter, meamque explicationem rogavit. Non defui deſiderio, & oſtendi Plutarchi deſcriptionem *Ancilium* cum illa Feſti omnino convenire, ſecundum meam ſuperius adductam interpretationem, nec ab ea quam dedit *Dionyſius Halycarnaſſ.* de qua mox dicturus ſum, alienam eſſe: pro recta intelligentia Plutarchi ſupponendum ſcutum forma rotunda ſeu communes hoc enim vult auctor, dicens, *Ancile non fuiſſe rotundum forma circulari.* Poſito igitur ejuſmodi ſcuto rotundo, in Fig. lit. E. exhibito, literis *a.b.c.d.* notato, quærenda eſt inciſio, forma lineæ ſpiralis, (*ἐντομὴν γραμμῆς ἑλικοειδοῦς*) cujus extremitates incurvæ ſint, (*ἧς αἱ κεραῖαι καμπὰς ἔχουσαι*) & converſione ſua extremis lineæ oppoſitæ conjunctæ, (*καὶ συνεπιστρέφουσαι τῇ πυκνότητι πρὸς ἀλλήλας*) figuram efficiant inæqualem, (*ἄγκυλον τὸ σχῆμα ποιοῦσιν.*) Id vero me conſequi poſſe confido hac ratione. Orbem hunc linea ſpirali, ab *e* per *f* in *g*, ab uno latere, & rurſus a *g* per *h* in *e*, ab altero latere ducta, divido. Sic invenio extremitates incurvas linearum mearum ſpiralium, converſione ſua conjunctas extremis lineæ oppoſitæ in punctis *g* & *e*, eoque facto invenio verum *Ancile* a *Plutarcho* deſcriptum, figura inæquali *e.f.g.h.* quæ non alia eſt niſi figura ovalis exacte reſpondens figuræ *Ancilium* in Nummis expreſſorum. Hæc eſt forma illa Scutorum inæqualis, Plutarcho deſignata, duos veluti arcus extremis ſuis conjunctos repræſentans, talem enim curvaturam qualis arcuum eſt, vox *ἀγκύλος* ſignificat. Ovalis figura minime æquali eſt diſtantia ab extremis ad medium. Hæc inæqualitas Plutarcho memorata, potiſſimum in errorem induxit interpretem, & ad latera introrſum inciſiones quærere permovit, ad modum earum, quæ Fig. C. ad *d. d.* cernuntur, pro eo quod omnino extrorſum formandæ ſunt per lineam ſpiralem, ſicut a me dictum.

Fig. E. *Fig. C.*

Vix explicationem meam amico abſolveram, cum re probe intellecta, ſubito, *recte me ſentire* reſpondit: *ſibique jam minus dubii ſupereſſe, cum recordetur, Plutarcho, in Mathematicis ſcientiis apprime verſato, familiare eſſe Geometricis formulis uti, multumque pro hac nova cognitione mihi ſe debere profeſſus*, ſubjunxit, Plutarchum hoc

loco male intellectum diſceptationi de vera forma horum ſacrorum ſcutorum præcipue anſam dediſſe.

Ancilium deſcriptionem a Dionyſio Halycarnaſſæo traditam, cum his qvas a *Feſto* & *Plutarcho* habemus, egregie conſentire ſupra dixi. En tibi ejus verba *Antiquit. Roman.* L. II. quo loco de *Saliis Martis ſacerdotibus eorumque habitu* verba facit: Παρέζωσαι δὲ ἕκαστος αὐτῶν ξίφος. Καὶ τῇ μὲν δεξιᾷ χειρὶ λόγχην ἢ ῥάβδον, ἤ τι τοιοῦτο ἕτερον κρατεῖ. Τῇ δὲ εὐωνύμῳ κατέχει πέλτην θρακίαν. ἡ δὲ ῥαβδοειδεῖ θυρεῷ στενωτέροις ἔχοντι τὰς λαγόνας ἐμφερὴς, οἵας λέγονται φέρειν οἱ τὰ κουρήτων παρ' ἕλλησιν ἐπιτελοῦντες ἱερά. *Præterea ſinguli ad latus geſtant gladium & dextra tenent lanceam, aut haſtam aut aliquid his ſimile, læva autem tenent Peltam Thracicam. Hæc ſimilis eſt ſcuto reciſo, lateribus anguſtioribus. Ajunt Curetes in Græcia hujusmodi ſcutis uti, dum ſacras ceremonias faciunt.* Expende, quæſo, cum attentione hæc verba, & cum *Feſti Plutarchique*, quo modo a me explicata ſunt, confer, profecto confeſtim in eis offendes perfectam cum his auctoribus concordiam ſuper forma *Anciliorum*. Obſervamus hic præter alia, ſcuta hæc eadem forma fuiſſe, qua illa *Curetum* aut *Corybantum*, quæ in obeundis ſolennitatibus gerebant. Id vero mire confirmatur Nummis *Trajani*, *Antonini*, *Caracallæ*, *Maximini* & *Trajani Decii*, a celeberrimis Antiquariis *Patino* & *Seguino* publicatis, quorum ectypa Figuris F. G. H. & I. hic ſubjungo. *Fig. F. G. H. I.* In his Numiſmatibus armati Corybantes ſaltant choream pyrrhicam circa *Dianam* ſeu *Dictynnam* Cretenſem, Jovis matrem, quominus Saturnus Rheæ ſeu Dyctinnæ maritus, filios devorare ſolitus, vocem pueri Jovis exaudiat, de quo prolixe agunt Mythologi. Præter reliqua, quibus hi Corybantes ſeu Curetes inſtructi ſunt arma, optime dignoſcuntur Scuta, & dilucide conſpiciuntur fuiſſe figura ovali, proindeque ſimilia *Anciliis* in Numiſmatibus exhibitis. Idem teſtimonio etiam Dionyſii Halycarnaſſæi confirmatur ut nulli ultra dubitationi locus ſuperſit. His adde *Varonem de L. L.* Lib. IV. *Ancilia dicta ab ancisus, quod ea arma ab utraque parte, ut Peltæ Thracum inciſa,* (ab utroque latere ad lineam ſpiralem reciſa, ſicuti a me ſupra demonſtratum eſt) *fuerint:* & *Ovidium Faſt.* Lib. III.

Idque Ancile vocant quod ab omni parte reciſum,
Quemque notes oculis angulus omnis abeſt.

Anim-

Animadvertes ſine dubio, cuncta hæc meam ſententiam optime & in tantum firmare, ut nullus hæſitationi locus reliquus ſit. Qvod ſi longior paulo fui, & in hoc de *Anciliis* argumento me diffudi, facile excuſabis, ſi conſideres, dignam opera materiam fuiſſe, cum quicunque de ea hactenus egerunt, circa veram horum ſcutorum formam fluctuarint, & occurrentes ſibi difficultates adeo non ſuſtulerint, ut potius augerent. Proinde neceſſarium duxi, quanta poſſem perſpicuitate rem planam facere; neque Tibi grave futurum arbitror, quod in ſolvendo hoc *nodo Gordio* prolixior fui, qui absque hoc inſolubilis porro manſiſſet, quemadmodum hactenus fuerat Auctorum interpretibus & aliis.

De reliquis ſuaviſſimæ Tuæ epiſtolæ argumentis qvoque agere propoſitum erat, ne tamen literarum prolixitas faſtidium pariat, finem ſcribendi facio. Qvod inſcriptiones Græcas ex Oriente allatas mecum communicare volueris, impenſe gratias ago, Tuum de eis judicium verum ſolidumque utique probo. Vale & fave. Dab. Berolini 18. Jul. 1711.

 II. DE

II.

DE SCRIPTURÆ OECUMENICÆ,

Qvam

Omnes Gentes, abſque notitia Lingvarum legant & intelligant,

METHODO FACILI ET EXPEDITA,

Ad quam diſcendam & uſu terendam, in elementorum Grammaticorum mediocriter peritis propemodum nulla, in eorundem rudibus perbrevis inſtitutio reqviritur,

SIGNIFICATIO DAVIDIS SOLBRIGI.

GEnus quoddam invenire Scripturæ ejusmodi, quam omnes gentes abſque diverſarum lingvarum notitia legant & intelligant, non pauci jam pridem ſunt annisi. Et dubitari prorſus non poteſt, ab ejusmodi Scriptura, quam Oecumenicam ſuo jure vocare licebit, maximas utilitates expectandas eſſe. Quarum quædam cogitatione præcipiendæ & enumerandæ ſunt, ut pulcherrimæ rei ſua laus conſtet, & multi excitentur, qui ſtudium ejus amplectantur, foveant, & promoveant. Futurum quippe ope Scripturæ ejusmodi eſt, ut univerſale quoddam per univerſas gentes, quibus modò aliqvis ſcribendi legendique uſus eſt, commercium coaleſcat. Qvi libri hac Scriptura vulgabuntur, ab

ab omnibus Nationibus, patria etiam & ſermone disjunctisſimis, cognoſcentur, nec ulla translatione in lingvas alias opus erit. Eruditi per eam cum exteris, quorum lingvas non intelligunt, de Philoſophia, Hiſtoria, omnibusque Artibus & Scientiis reliquis agent, ſua cum iis communicantes, & quæ ab illis exculta habentur, accepturi. Qva ratione imprimis etiam Doctrina Chriſtiana Ethnicis nondum ad Eccleſiam converſis proponetur, iique ad hanc amplectendam invitabuntur. Mercatoribus vel præcipuum uſum hæc Scriptura præſtabit, qva negotia ſua apud exteros; lingvarum quamvis rudes, tractabunt. Cum in magnis urbibus plurium gentium homines plerumque ſimul commorantur, qvi ignorantia lingvarum ſermones conſociare neſciunt, uſu tamen ſæpius ferente, ut ſine interprete cogitata invicem aperire diſcupiant; adhibita hac Scriptura id commodisſime præſtabunt. Qvod ipſum in peregrinationibus, ubi notitia lingvarum deeſt, magno erit uſui. Plures utilitates praxis, ſi quam ejusmodi Scripturæ invaleſcere volet Deus, ſuo tempore aperiet.

Quanta verò commoda promittit Scriptura Oecumenica, tantis ea difficultatibus hactenus obſepta fuit. Quod vel inde liceat colligere, quod antiquorum cuiquam de ea ne cogitare quidem in mentem venit. Quæ enim de Scriptura Hieroglyphica ſuperſunt fragmenta & veſtigia, quamvis illam Scripturam res ipſas, non interveniente certa lingva, immediatè oculis & intellectui objeciſſe demonſtrent, ænigmatica tamen ratione, ad quam explicandam Oedipo conjectore opus fuit, potius ad arcana Scientiarum & Hiſtoriarum provide occultanda, quam ad ea omnium lingvarum gentibus detegenda & communicanda ſpectaſſe credibile eſt. Poſtquam verò Europæorum noſtrorum navigatio ad extrema Orientis penetravit, & inde ad nos relatum eſt, Sinenſes & Japonios non literis vocabula lingvarum ſuarum ſcribere, ſed Characteribus res ipſas ſignare, eosdemque Characteres à Sinenſibus pariter & Japoniis, ſermone licet diſcretis, intelligi; non abſurda ratiocinatione hinc collectum eſt, fieri poſſe, ut univerſalis quædam Scriptura conſtituatur, quâ omnes populi ſenſa animorum, absque tot diſcrepantium lingvarum notitia, ſignificare ſibi invicem queant. A quo tempore multi extitere, qvi in invenienda Scriptura Oecumenica plurimum ſtudii & laboris conſumpſere. Qvorum opera comprobatum quidem eſt, non eſſe ἐκ τῶν ἀδυνάτων

 ejus-

ejusmodi Scripturam condere, ſed preſſere tamen conſilia eorum tantæ difficultates, ut publicè ea ſequi non licuerit.

Et rem plane arduam eſſe facile fatebitur, qui quid efficiendum hic ſit, paulo attentius conſideraverit. Signandæ enim erunt iſta Scriptura voces humani ſermonis omnes, quæ vulgaribus Lexicis continentur. Reqvirent & hic ſuum locum Termini technici omnium artium, tam liberalium, quam quæ manibus tractantur. Scribenda etiam erunt Nomina propria hominum & locorum, quæ multitudine voces communes longe ſuperant, nec prævideri omnia aut in aliquam farraginem colligi poſſunt, ſed ſubitò ſæpe offeruntur, tam ſono à conſvetis abhorrentia, quam ſignificatione prorſus ignota. Adde numerorum ordinem infinitum, & Summarum differentias innumeras, nec non flexiones vocum, quæ Grammaticas lingvarum immenſum diſtendunt. Hæc omnia oculis ſcribendo ſic exponere, ut ii quoque intelligant, qui ſcribentium lingvas ignorant, & quas fortasſis ne audivere quidem unqvam, id verò difficillimum eſſe nemo facile negabit.

Sed jam diſpiciendum erit, quomodo difficultas illa ſuperari, & Scriptura Oecumenica promiſcuo uſui ita adaptari queat, ut & ſine diuturniore inſtitutione addiſci, & absque moleſto labore, non ab ingenioſis ſolum hominibus & eruditis, ſed illiteratis etiam & rudibus, qui modo animi ſenſa vernacula lingva & Scriptura norint commodè prodere, adhiberi posſit.

Qvi hactenus in ea tradenda elaboravere, non una via uſi ſunt. Nonnulli ipſos Characteres Sinicos huic uſui commendavere, ut ſicut ii Sinenſibus & Japoniis ſunt communes, ita omnibus gentibus reddantur familiares. Alii Characteres libera inventione adoptatos, alii quadam ſimilitudine figuræ rebus affines ſvaſere. Sed Characteres Sinenſium communi Nationum uſui non convenire, vel inde apparet, quod ex iis, qui per Europam ingenio & memoria vel maxime valent, & in literarum ſtudiis omnem ætatem conterentes ipſa aviditate diſcendi modum excedunt, paucisſimi ſint, qui cognoſcendæ rei literariæ Sinicæ cauſa, Characteres illos diſcere ſuſtineant, difficultate rei haud dubie abſterriti. Qvis enim ſperet, omnibus gentibus perſvaderi poſſe, ut laborem illum tam moleſtum & propemodum inexhauſtum imponi ſibi patiantur? Qvi

novos

novos ſibi Characteres fingunt, immenſam illam multitudinem, quæ ſupra enumeratis ſufficiat, & quâ vel felicisſima memoria obruatur, evitare non poſſunt. Et quamvis quibusdam ſibi compendiis blandiantur; fit tamen, ut eandem perſpicuitatem & facilitatem, quam inventores iis ineſſe credunt, alii in iisdem non deprehendant. Qvi verò res quadam Characterum ſimilitudine volunt figurare, his non tantùm quam plurima occurrunt, quæ effingi nulla imagine poſſunt, ſed eam quoque neceſſitatem ſcripturis imponunt, ut ingentem imaginum numerum cogantur pingere, quæ res non minore labore conſtabit, quam ſi quis artem pictoriam ex profeſſo jubeatur diſcere. Quomodò verò Nomina propria ſint ſcribenda, ut ab omnibus legi posſint, niſi propoſitis novis literis, in quas omnes gentes conſentiant, docuit adhuc nemo. Qvæ tamen à me non eò animo dicta eſſe putari velim, quaſi de Clarisſimorum Virorum laudibus quicquam cupiam deterere, qui potius lubens fateor, tanto ingenii acumine, tantaque induſtria quosdam in hoc ſtudio elaboraſſe, ut à nemine unquam vinci poſſe videantur; in quibus vel primum locum obtinet Celeberrimus D. Johannes Wilkins, Anglus, edito Opere eruditisſimo, cui titulum fecit *an Eſſay towards a Real Character, and a Philoſophical Langvage, London, 1668.* Fol. Plag. 153. Laudandum vel ideò doctisſimorum Virorum ſtudium eſt, quod ſuo exemplo demonſtravere, Scripturam Oecumenicam non leve quiddam eſſe, & quod cuivis per ſe pateat, ſed in arduo poſitum, & ad quod inveniendum excolendumque omnes ingeniorum nervi ſint intendendi. Cæterum vel me tacente res ipſa loquitur, omni labore & induſtria, quæ hactenus in hoc ſtudium ſunt impenſa, effectum nondum eſſe, ut vel mediocri facilitate invitante, aliqua Scripturæ Oecumenicæ praxis usquam terrarum fuerit inſtituta.

Cum jam dicendum mihi eſt, qua ratione ego, qui ingenio facile omnibus concedo, utendum putem, ut Scriptura Oecumenica facilis, expedita, & omnium uſui apta ſit conſtituenda, primo id conſiderandum propono, quales Characterès eſſe oporteat, quibus Scriptura Oecumenica conſtet, & quorum ſubſidio nos cogitata noſtra ita ſignificemus, ut quam maxime perſpicuè, & minimo labore, aliorum cognitioni pateant. Non dubito autem, omnes in eo conſenſuros, Characteribus hanc ad rem utendum eſſe talibus, qui 1) numero

mero haberi poſſint quam maximo, ut infinitæ propemodum multitudini rerum, de quibus ſcribendum eſt, ſufficiant; 2) qui nihil habeant in ſe abſurdi, odioſi, vel ſuſpecti, quare merito ſuo à quibusdam faſtidiantur & rejiciantur: 3) qui probe inter ſe ſint diſtincti, ut nulla permutatio vel confuſio facile ſit metuenda: 4) qui non moleſto artificio ſint ſcribendi: 5) qui apti ſint, ut quævis iis res ſignentur: 6) qui, quod vel omnium primum eſt, non torqueant diſcentium memoriam, ſed ſine labore, & brevisſimo temporis ſpatio addiſcantur omnes. Quod poſtremum ut conſequamur, neceſſe erit, ut non novos Characteres & ignotos comminiſcamur, ſed notos jam & familiares arripiamus, & ad uſum nobilisſimum accommodemus. Quamvis enim facile ſit novos Characteres maximo numero confingere, & inventores ſibi perſvadeant, facillime eos memoria hæſuros; alii tamen, quibus ii propoſiti alieni ſunt & peregrini, diverſum plane ſentiunt, experientia magiſtrâ docente, ſtupendam illam multitudinem, licet in ordinem concinnisſimum digeſtam, fatigare memoriam, & vel ſola cogitatione & conſpectu animos à Scriptura tam operoſe diſcenda abſterrere. Quæ ingenioſe excogitata ſunt, non fere niſi ab ingenioſis comprehenduntur. Et verendum prorſus eſt, niſi ad Scripturam Oecumenicam via oſtendatur quam maximè plana & expedita, quæ præter utilitatem inſignem obvia etiam facilitate omnibus eam commendet, nunquam fore, ut ea in uſum communem deducatur. Satis diu hæc res ingeniorum acumen exercuit. Tentandus denique modus eſt omnium ſimplicisſimus, & qui non tam excellentes mentis vires fatiget, quam ſenſibus ipſis ſeſe ingerat.

Ne igitur longiore circuitione utar, paucis dico, quod res eſt: Numeros uſitatos, quos Arabicos vulgo, ſeu Ziffras dicimus, ſolos eſſe, qui Scripturam Oecumenicam omnium uſibus aptam quam commodisſime felicisſimeque conſtituant. Repetendæ mihi nunc erunt proprietates Characterum Scripturæ Oecumenicæ paulò ante propoſitæ, & oſtendendum, iis omnibus Numeros noſtros, ſeu Ziffras abunde inſtructos eſſe. Nam ſolis eas ineſſe, non tam mihi probandum, quam aliis indicandum eſt, quænam res ſit, in quam iſtæ proprietates magis, quam in Numeros quadrent. Primò igitur, quantacunque ſit rerum multitudo, metuendum tamen nunquam erit, ne numeri iis defuturi ſint. Inexhauſta enim eſt Numerorum copia, & potentiâ, ceu vocant, infinita. 2) Nihil

hil etiam habent Numeri abſurdi, odioſi vel ſuſpecti, cur adhibere eos ad Scripturam Oecumenicam jure quis tergiverſetur." 3) Diſtinctisſimi iidem ſunt, ut adhibita tantùm mediocri attentione facile ab invicem diſcerni, & omnis perturbatio evitari posſit. 4) Nullo ad eos efformandos artificio opus eſt, ſed ſimplicisſimi eorum ductus facillimo negotio ſcribuntur." Adde, quod ad decem uſque millia tantum quatuor, & inde ad centena millia, (excluſo utrobique extremo) qvinque Numerorum Characteribus opus ſit, cum in uſitata ſcribendi ratione ad unam vocem ſæpe plures quam duodecim literæ reqvirantur; quæ res huic Scripturæ non mediocrem facilitatem afferet. 5) Maxime apti ſunt Numeri, quibus, quæcunque cogitamus, dicimus, ſcribimus, ſignificemus; qua de re inferius pluribus erit dicendum. 6) Ea eſt Numerorum cognoſcendorum facilitas, ut brevisſimo tempore, & labore propemodum nullo diſcantur omnes. Decem enim omninò, ſi nullitatis ſignum addas, Characteres ſunt, quibus vel eam ſummam conficimus, quæ arenæ numerum ſupergrediatur. Non facile decem annorum puer tam hebeti eſt ingenio, qui non unius horæ ſpatio eos noſcat, & duarum horarum mora componere omnes diſcat, ut ad quam plurimos milliones ſummas posſit extendere. Nec enim hic reconditiores Arithmetices receſſus ſectamur, ſola & ſimplicisſima numerandi ratione contenti. Europæ populis pleriſque Numeri iſti quotidiano jam uſu teruntur, ut iis novi quicquam hic diſcere prorſus neceſſe non ſit. Nec de Nationibus, quæ extra Europam colunt, ſuſpicandum eſt, tam tardo eas eſſe ingenio, ut quæ nobis habentur tam facilia, ipſis ardua ſint & difficilia. Inſtituere vero alios noſtra numerandi ratione itidem in promptu eſt. Negotiantium induſtria hodie totum orbem permeat, quæ Numeros noſtros externas Nationes ad uſum tanti momenti facile docebit. Fac denique fore nonnullus gentes ea pertinacia, ut patriorum amore, & faſtidio alienorum, Numerorum noſtrorum uſum reſpuant; non deerit medicina, qua morbus ille ſanetur. Omnibus plane mortalibus, ubicunque terrarum ii degant, non numerare minus, quam loqui à Natura datum eſt. Utrumque enim eſt ſoboles Rationis certisſima. Et quibuscunque gentibus aliqua literarum notitia eſt, eas quoque Characteres habere, quibus numeros ſignent, credibile eſt. Quam facile igitur, credimus iis futurum, Ziffras noſtras, ſi modò velint, diſcere, tam facile nobis putemus, ſigna numerorum ipſis uſitata, ſi alia ratione Scriptura

hæc noſtra cum ipſis exerceri neqveat, accipere, & his ea uſibus applicare. Pono exemplum. Ruſſorum Characteres numerales à noſtris figura & numerandi ordine plurimum differunt. Autori tamen illi Clariſſimo, qui huic genti præcepta Geometriæ lingva Rusſica tradidit, leve viſum, eos ſibi reddere familiares, & ad iſtius Gentis inſtitutionem in opere illo adhibere. Qvi hodie mercaturam cum Turcis, Perſis, Arabibus, Indis, &c. exercent, ſine numerorum uſu negotiationes ſuas conficere non poſſunt. Quemadmodum igitur Numerorum diverſitas hic mercaturæ impedimento non eſt: ita nec Scripturæ Oecumenicæ ullum ex eadem exititurum cenſeamus.

Divini quid ineſſe Numeris à Sapientibus jam pridem judicatum eſt. Et erit profecto res plane divina, ſi Numeris efficietur, ut quæ ab homine unam forte lingvam vernaculum ſic ſatis callente ſcribuntur, ab omnium lingvarum hominibus legantur & intelligantur. Quam divinitatem etiam ejusmodi ratiocinatione licebit colligere: Scriptura S. affirmat: Deum omnes res Numero, pondere, & menſura condidiſſe; educere Eum, ut aſtrorum, ita aliarum rerum à ſe creatarum exercitus in Numero. Credendum igitur eſt, Deum res omnes, leviſſimas etiam & minutiſſimas, cujusmodi ſunt capilli noſtri, in numerato habere; & ſicuti in exercitu accurato ordine legiones per cohortes, hæ per decurias & manipulos in ordines ſuos ſunt diſpoſitæ, ut qvilibet miles Imperatori ſuo, ſi is curioſius velit attendere, numero ſuo notus eſſe posſit; ita ſingulas res creatas Deo, qui ſe Dominum exercituum dicit, propriis Numeris dignoſci. Quo apud Deum quælibet res numero ſit inſignita, ſupervacaneum & profanum ſit inquirere. Si vero rebus ſingulis, quas noſſe nobis datum, & de quibus, præcipue in conſvetudine vitæ, dicendum & ſcribendum eſt, cum ſtudio dinumeratis certum quendam Numerum attribuemus, Numerus ille cujusque rei erit proprius ejus Character, quo ea ab aliis diſtincta apud omnes gentes noſcetur, quamvis quælibet gens eam proprio ſuæ lingvæ vocabulo appellitet. Id quod vel ea ratione pro divino habendum erit, quia ſic veſtigia Dei ſequentes Scripturam Oecumenicam procreamus, quod præſtare humani intellectus viribus multis viſum ſuperius.

Apparebit jam, ſpero, ex dictis aliqua conſilii noſtri, quo Scripturam Oecumenicam ex Numeris conſtituendam aſſerimus, probabilitas.

Sed

Sed jam preſſius exquiretur, quanam ratione inſtituenda iſta rerum dinumeratio ſit? Quomodo ea in uſum Scripturæ ejusmodi ſit transferenda? Movebitur præterea quæſtio de flexione vocum grammatica, de Nominibus propriis, & de Numeris & Summis, ſiquidem hi ſignificandis rebus adhibiti proprio ſuo valore exuantur, ſcribendis. Non difficillimum equidem futurum eſſet, prolixius iſta perſequi; promptius tamen longe erit, exhibitis ipſius Scripturæ Oecumenicæ è Numeris conflatæ Speciminibus dictis fidem facere. Paucis igitur nunc tantum dicimus: Numeros ad millenarios ſat multos ſuo ordine eſſe conſcribendos: ſingulis ſingulas res, quas ſignificent, vocabulis non ambiguis, affigendas: conficiendos ex his duos libros, qui Claves ſint Scripturæ Oecumenicæ, Synthetica altera, ad exarandam & componendam hanc Scripturam, altera Analytica, ad eandem recludendam & intelligendam: conſtituendum porro Alphabetum Oecumenicum, quo non novæ fingantur literæ, vel noſtræ aliis obtrudantur, ſed ratio oſtendatur, qua Nomina propria, & ſoni alii quicunque ſic ſcribantur, ut quælibet gens ſuis ea literis legat: utendum etiam aliquo ſubſidio, quo efficiatur, ut Numeris abrogata, ubi opus erit, rerum ſignificatione, vis ſua numerica redeat.

Non dubia & inexplorata hic affero; ſed poſtquam tempore ſatis longo, & labore non mediocri in iſtis perpendendis & elaborandis deſudavi, ope divina rem eò jam perduxi, ut quæ verbis hic deſcripta ſunt, re ipſa demonſtrari posſint. Claves enim Lingva Latina, Germanica & Gallica ſic ſunt elaboratæ, ut propediem prælo committi posſint.

Facile prævideo, hæc legentibus dubia non pauca ſuboritura eſſe; quare non abs re erit, nonnullis breviter occurrere, quo ipſa res magis illuſtrabitur. Posſit itaque ambigi, vel de ipſa Theſi, an de inventione ejusmodi Scripturæ laborandum omnino ſit; vel de Hypotheſi, an res per Numeros expediri ſatis apte posſit; vel denique de Executione Hypotheſeos, an Claves, tanquam inſtrumenta Scripturæ Oecumenicæ neceſſaria, ita affabrè confectæ ſint, ut earum ope ſcribi & legi, ratione ſupra indicata, omnia commode posſint.

Primo igitur erunt fortaſſe, qui putent, quia hactenus carere ejusmodi Scriptura Orbis potuit, ne nunc quidem anxie eam requirendam

eſſe. Qui ſerio ſic ſentiunt, omnibus novis inventionibus viam videntur velle præcludere. Multis artibus caruit ſuperior ætas; quæ tamen poſtquam in lucem emerſere, earum ſubſidio commodius multò, quam antè, plurimæ res tractantur. Caruere priſci Majores noſtri vulgato ſcripturæ nunc uſitatæ uſu; ſed poſtquam ea recepta invaluit, quis eſt, qui ea nunc careri poſſe credat? Practicam arithmeticam, ceu vocant, & Archivariam emporeticam ab Italis nupere accepimus, quas uſu commendante multi nunc deamant. Sicut novis inventis, antequam nata ſunt, carere cogit neceſſitas: ſic poſtquam detecta, inſigni ſe utilitate commendarunt, omni pretio ſuperiora habentur. Eximias verò à Scriptura Oecumenica utilitates expectandas eſſe, ex iis, quæ initio dicta ſunt, eluceſcit.

Dicent alii, non apparere, quomodo Scriptura Oecumenica ad uſus Gentium communes introduci poſſit? Quem enim perſvaſurum tot Nationibus, ut eam à nobis recipiant, & per eam, univerſali quodam conſenſu, commercia ſermonis & literarum nobiſcum inſtituant? Hos iterum ad Scripturam ordinariam, qua nunc vulgò utimur, reſpicere velim. Ea primò ab uno aliquo inventa, à multis, ut credibile eſt, ſpreta, ſi non deriſa fuit; ſed paulatim probata ab una gente ad aliam tranſiit, donec per totum orbem diffuſa, ſocietatis humanæ inſtrumentum præſtantisſimum, & quo ea carere prorſus non poſſit, ab omnibus merito habetur. Efficit hoc rei utilitas, quam licet difficultas non mediocris comitetur, permovet ea tamen animos, ut inde à tenera ætate, per diuturnam inſtitutionem, cum labore ſatis moleſto, omnes fere ei dent operam. Sic credere par eſt, perſpectis Scripturæ Oecumenicæ utilitatibus, & ſublata omni de ejus facilitate dubitatione, Gentes quaſcunque in eam libenter conſenſuras eſſe. Plures hic indicare vias poſſem, quibus uſus hujus Scripturæ introducatur & diffundatur; ſed erit ſuo tempore commodior de his amplius diſſerendi locus. Id tantùm nunc addo, rem præcipuè divinæ Providentiæ committendam, quæ ſi indulgere nova quædam beneficia per hanc Scripturam hominibus volet, vias quoque, quamvis nobis nunc incognitas, demonſtrabit, quibus ea ad metam divinitus præſtitutam perveniat.

Secundò, contra Hypotheſin, qua è Numeris conſtrui hanc Scripturam ſvademus, varia objici poſſunt. Non deerunt, quibus hæc ratio vilis

vilis nimis, & ab indagatione ingenioſiore remotior videbitur. Sic eſt enim ingenii humani indoles, ut res novas & miras non niſi magnis & inuſitatis ſubſidiis effici poſſe putet. Et credibile eſt, plerosque, cum primum Scripturæ Oecumenicæ nomen & ſcopum, qvi eſt commune omnium gentium commercium, inaudient, miras animo imagines concepturos, qvibus rem tantam confici oportere ſibi perſvadebunt. Hi ubi didicerint, Numeros tanto molimini commendari, aſpernabuntur hos tanquam rem vel pueris protritam & abjectam; ut verendum ſit, nonnullos, ſi vel ipſis experimentis convincantur, id, quod qværitur Numerorum beneficio inveniri, invento tamen ob tenuitatem inſtrumenti pretium, quantum in ipſis erit, detracturos eſſe. Qvorum judiciis ſapientiores non motum iri certò confido. Hi enim norunt, Deum vel per minima plerumque maximas res efficere. Imò, poſtquam experientia docuit, maxima ingenia acumen ſuum ad inveniendos Characteres novos, quibus Scriptura Oecumenica conſtaret, fruſtra intendiſſe, hanc ipſam ob cauſam hoc noſtrum ſcribendi genus probabunt, quod id modo quodam familiari & omnibus obvio procedat.

Obvertent alii, licet ipſi Numeri per ſe omnibus ſint noti, difficile futurum memoria complecti, quibus rebus ſinguli eorum ſint adſcripti. Diximus paulo ante de Clavibus, quarum ope Scriptura Oecumenica & componatur, & reſolvatur. Hæ igitur efficient, ut nulla penitùs memoriæ maceratione opus ſit, ſolo oculorum manuumque officio neceſſario. Nam poſt informationem breviſſimam, & qvæ non integrum dimidiæ horæ ſpatium reqvirat, Clavium iſtarum beneficio Scriptura hæc noſtra diſcitur contexi, & ab aliis contexta retexi atque intelligi. De iis hoc accipi velim, qui rudimentis Grammaticis tenuitur ſaltem ſunt imbuti, non negans, expertes eorum paulo longiore inſtitutione, ſed quæ ultra paucas horas non extrndatur, indigere. Cum igitur Scriptura Oecumenica, quæ hactenus impoſſibilis fere, aut perdifficilis habita eſt, tam brevi tempore, ope Clavium à quovis comprehendatur & in uſu habeatur, de difficultate ejus non eſt querendum.

At, inquis, ſi Claves ſunt adhibendæ, neceſſe erit, ut ſinguli Numeri cum adſcriptis rerum vocabulis evolvantur, quod ſane moleſtum erit, nec ſine mora fieri poterit. Fateor, neceſſe eſſe, ut ſicut ad reſe-

 randa

randa clauſtra claves applicamus, ſeris immittimus, manibus verſamus; ita ad recludendam noſtram Scripturam Claves ſic adhibendas, ut Numeri vocum indices ſuis ſedibus inquirantur, eamque rem aliqua morula legentes vel ſcribentes detinere. Sed magna jam confesſio eſt, fieri his Clavibus, & hac mora poſſe, quod antea vel fieri prorſus non potuit, vel adhibitis obſcuris Characteribus vix ac ne vix quidem factum eſt. Flumina transjicimus ratibus, maria navibus, idque cum aliqua mora, nec ſine labore. Qvia tamen ille trajectus ſine iſtis inſtrumentis & absque illo labore ac mora fieri nullo modo poteſt, non inviti paremus neceſsitati. Aggeres lapidibus vel fuſtibus ſtratos curribus tranſimus, ſed non ſine ſuccuſſatione. Quia tamen paludoſa viarum ſine illis tranſiri plane non poſſent, moleſtiam hanc æquo animo ferimus. Nec igitur levis illa moleſtia evolvendi Numeros tædio nobis ſit, ſiquidem ſic cum hominibus noſtræ lingvæ ignaris colloqui poſſumus, quod ulla alia ratione non licet. Si quis ejusmodi nobis clavem præberet, qua Characteres Sinicos liceat recludere, & gentis iſtius ingenioſisſimæ monumenta cognoſcere, idque ſine longiore aut difficiliore inſtitutione, nimis delicatum oporteret eſſe, qui in re tanta tantillum laborem applicandæ Clavis detrectaturus eſſet. Eadem ratione deſidiæ crimen vix effugiet, qui una ſcriptione omnibus nationibus cogitata ſua ſignificaturus, vel lecturus, quæ remotisſimæ gentes lingvis ſuis, quarum vel ſonos vel literas ipſe audiendo vel videndo nunquam uſurpavit, exaravere, Claves ad eam rem evolvendi exiguum laborem & brevisſimam morulam ſubterfugiat. Qvi numeris ad Steganographiam pro literis utuntur, eas in ſyllabas & voces mora ſatis moleſta colligere non gravantur, neque plus tamen efficiunt, quam ut cogitata conſciis lingva utrinque nota exponant. Nos verò hîc evoluto uno Numero integra rerum vocabula, & interdum compoſitos ſenſus invenimus, iisque brevi temporis momento ſcribimus, quæ in omnibus lingvis intelligentur.

Exiguus ergo profecto ille labor eſt, ſi ingentia, quæ is parit effecta reſpicias; qui multiplici tamen ratione poteſt minui. Quodſi quis tantum temporis velit tribuere, memoriæ mandandis Numeris noſtris cum vocabulis adſcriptis, quantum impendimus arti uſitatas literas legendi & ſcribendi, non dubito, quin is omnes memoria ſit complexurus. Sin id videatur nimium, eligatur Summa mediocris eorum Numerorum, quibus

bus res maxime familiares & in ſcribendo frequentius occurrentes ſignantur; cui retinendæ vel mediocris memoria ſuffecerit. Nec abſurdum duxerim, Artem Mnemonicam hîc adhibere, quæ & ſatis nota hodie eſt, & brevi tempore magnam Numerorum & Vocum ſummam memoriæ imprimit; quod ſubſidium ſi à perito artifice in communes uſus digeſtum in publicum detur, ingentis erit uſûs; quam laudem hactenus pulcherrimæ arti & veteribus frequentatisſimæ, plerique, quamvis ratione non ſatis æqua, denegavere. Denique ſi quis memoriam quavis ratione gravare Numeris, conſultum non ducat, huic ſuppetias ferent tabellæ, in quas tritisſima Numerorum & Vocum conjecta, ſine evolvendi necesſitate, una συνόψει oculis ſeſe ingerent, quæ res ſcribendi legendique laborem plurimum levabit. Cogitandum præterea & hoc eſt; non commendari Scripturam Oecumenicam quotidianis uſibus, ubi ad familiares ſæpe deproperandæ ſunt epiſtolæ; ſed commercio cum exteris Nationibus eam deſtinari, quod majore cum cura & meditatione meritò tractatur, quam ut majore ad id feſtinatione ſæpius opus fore credendum ſit.

Tertio nunc expendendæ illæ objectiones eſſent, quibus contra Hypotheſeos noſtræ executionem inſurgi posſit. Sed cum hæc non ratione ab aliis prævideri queat, ſed inſpectione & conſideratione laboris noſtri judicanda ſit; differenda hæc tractatio uſque eò eſt, donec vel privatim vel publicè ille exhibitus aliis monendi occaſionem, & mihi vel corrigendi, vel reſpondendi necesſitatem præbebit.

II. JO.

III.

JO. GEORG. WACHTER De Linguâ CODICIS ARGENTEI.

CODEX ARGENTEUS, ab argenteis literis ſic dictus, inſigne Belli tricennalis ſpolium, è Monaſterio Werthinenſi ad Ruram Weſtfaliæ à milite Suecorum avulſum, hodiè tanquam patriæ Linguæ Monumentum, & proprium Septentrionis Decus, Upſaliæ adſervatur, verâ an falsâ gloriâ ex ſequentibus patebit.

Continet hic CODEX Interpretationem IV. Evangeliorum antiquo-Germanicam, ſed eheu valdè mutilam, & principio ac fine carentem, ita ut potiùs Fragmentum faucibus temporis ereptum, quàm juſtus Codex cenſeri poſſit.

Communis Eruditorum opinio eſt, & ſententia jugiter recepta, Fragmentum Verſionis Gothicæ ab ULFILA Epiſcopo concinnatæ, CODICE ARG. contineri, paucis exçeptis, qui Monumenti hujus antiquitatem vel ultrà ætatem Ulfilæ extollunt, vel infrà Gothos ad Francorum tempora deprimunt. In iſto Virorum clariſſimorum divortio, fateor, mihi priorem & communem ſententiam magis probari, cùm quòd WALAFRIDUS STRABO de Gothis & Verſione Gothicâ verba faciens, Libro de Reb. Eccleſ. cap. 7. CODICEM ARG. penè digito monſtraverit, tùm quòd Lingua iſtius Codicis patriæ ſuæ, id eſt, GOTHIÆ, haùd obſcurus index ſit.

GO-

GOTHIA mihi eſt diciturque, quæ ante DACIA (a), puta inferior. Nàm hujus regionis partem Ponto vicinam Gothi primùm MARCO imperante inundàrunt. Alteram verò & remotiorem AURELIANUS revocato Exercitu ſubductisque provincialibus, Gothis occupantibus reliquit, *deſperans eam poſſe retineri*, ut ſcribit Vopiſcus (b). Sicque Dacia à Gothis ſubacta nomen Gothiæ recepit. De origine, appellatione, migratione, & rebus geſtis Gothorum, & de primigeniâ eorum ad Chriſt. Religionem converſione, cæterisque argumentis difficilibus & involutis, cognatis tamen, & ſcitu haùd inutilibus nec injucundis, quæ hîc ab initio meditatus ſum, cùm menſuram videbantur excedere, placuit in aliud tempus differri.

Itaque GOTHIA, ſicut vidimus, fuit regio ad Pontum, à Scythis Tyrâ fluvio, hodie *Dnieſter*, à Græcis Danubio ſive Iſtro, à Dacis ſuperioribus Alutâ, hodie *Alt*, à Sarmatis mutuo metu ſeparata. Cum hoc ſitu perfectè convenit LINGUA Codicis Argentei, quæ certè nemine reclamante GERMANICA eſt, ſed (quod obſervari velim) ita Germanica, ut à contagio Linguarum, quibus tunc finitimi Gothiæ utebantur, haùd omninò libera ſit. Teſtes ſunt vocabula quàm plurima, *Græca*, *Sarmatica*, *Scytica*, *Burgundica*, *Danica*, aliaque *Barbarica*, Codici Argenteo propria, & nullis reliquorum Germanorum Dialectis, nec recentibus nec antiquis recepta, quæ nunc ordine recenſebo, ititium faciendo à vocabulis GRÆCIS, ſi non omnibus, certè potioribus.

ATTA, pater, Gr. ἄττα.
UIL, ſol, Gr. ἥλιος
AIR, diluculum, Gr. ἦρ.
DAUHT, convivium, Gr. δοχή.
AMS, humerus, Gr. ὦμος.
GAGREFTS, edictum, à Gr. γραφή.
NAUS, mortuus, à Gr. νέκυς, unde etiam Latinis *nex* & *necare*.
SPYREIDANS, ſportas, corbes, Gr. σπυρίδας.

F TALZI-

(a) Iſidor. Orig. Lib. 14. cap. 4. *Dacia, ubi & Gothia.*
(b) Vopiſc. in Aurel. cap. 39.

TALZJAND, præceptor, à τέλλω, præcipio, juxtà obſervat. Junii.

HLIFTUS, fur, Gr. κλέπτης.

KALKJE, meretrix, quaſi χαλκιδῖτις πόρνη Fr. Junio, vel χαλκιδῖνος κόρνη, ſcortum diobolare Stiernhielmio.

SKEYJANDANS, iter facientes, à σκευάζεσθαι, colligere vaſa ad iter faciendum. Jun.

SINTEINO, ſemper, à συντείνειν, contendere. Jun.

RATHIZO, facilius, Gr. ῥᾴδιος, facilis.

AIHWATUNDJA, rubus, ab ἄκανθα, Spina, unde & *acentia* pro ſenticeto Scriptoribus medii Ævi. Jun.

MAIZO, major, Gr. μείζων.

STAIRO, ſterilis, Gr. στεῖρος.

AIHTRON, mendicari, ab αἰτεῖν, petere, inde αἴτης, mendicus. Jun.

GAUNON, lugere, Gr. γοάω, γοάομαι.

HAZJAN, laudare, Gr. ἁγιάζειν. Jun.

Quibus addi poſſunt quædam Latina, è Textu Græco adoptata, cujusmodi ſunt, PRAITORIAUN, πραιτώριον, Joh. XVIII. 28. SPAIKULATUR, σπεκουλάτωρ, Marc. VI. 27. AROMATA, ἀρώματα, Marc. XVI. 1. In reliquis vocabulis, quæ Græca non ſunt, ſed Germanica, ſervatur tamen ORTHOGRAPHIA GRÆCA, qualis inde ab ortu litterarum in Germaniâ nunquàm fuit uſu recepta. Ex multis hæc pauca decerpam.

TUGGO, lingua.
JUGGALAUD, adoleſcens.
FIGGR, digitus.
DRAGGK, potus.
GAGGAN, ire.
BRIGGAN, adducere.
HUGGRIAN, eſurire.
SIGGWAN, legere.

Quis non videt, hanc ſcribendi rationem Græcam eſſe, & à Germanicâ conſuetudine alienam? Omitto Litteras Codicis, quæ pau-

cis exceptis Græcæ ſunt. Omitto Græci Fontis in ipſâ Verſione veſtigia innumera, aliasque circumſtantias jàm aliis obſervatas, quæ ſatis probant, Librum ad Gentem Græciæ vicinam pertinère. Reliquam viciniam reliqua vocabula in lucem collocabunt.

SCYTHICA dico, quæ origines ſuas ad voces Tauricas, nec uſquàm alibi quàm apud Tauros reperiundas, referunt. Talia ſunt,

SWILTAN, mori, quod eſt à primitivo *ſwalt*, mors, quo utuntur Procopienſes in Cherſoneſo Tauricâ, teſte Busbequio, Epiſt. 4.

GOLJAN, ſalutare, quod derivatur à Subſtantivo Procopienſium *jel*, vita, ſanitas. Quid enim eſt ſalutare, niſi vitam & ſanitatem adprecari?

Si quis tamen hæc Subſtantiva à verbis derivare malit, fruatur ſenſu ſuo, modò cognationem in vocibus agnoſcat. Nàm hâc poſitâ alterutrum neceſſe eſt, vel Gothos illas voces à Tauris accepiſſe, cùm adhuc loca circà paludem Mæotidem incolerent, vel Tauris à Gothis relictas eſſe.

SARMATICA appello, quæcunque apud Slavonicas Gentes eodem ſignificatu hodieque perennant, vel ab illis oriuntur. Hujusmodi ſunt,

FAN, Dominus, quod Polonis & Ruſſis effertur *Pan*. Reliqua, quæ hìc ſequuntur, repertorem habent Doctiſſ. Dn. FRISCHIUM, plurium Linguarum & inprimis Slavonicæ peritisſimum, ut cætera laudis argumenta omittam.

SO, hæc, Slav. *ſei*.

SAMO, ipſe. Slav. *ſamo*.

LUDJA, facies, Slav. *litza*.

DALG, fovea, Bohem. *dolig*.

AUHN, fornax, à Slav. *ogn*, ignis.

DIHZ, fera, Ruſſ. *dikii*.

SNAGA, veſtimentum, Bohem. *ſukne*, toga.

MILHMA, nubes, Bohem. *mhla*.

STIKLE, calix, Slav. *ſtakan.*

MARZJAN, ſcandalizare, Bohem. *mrzeti*, tædium & moleſtiam afferre.

MOTA, telonium, Slav. *miit.*

MOTAREIS, telonarius, Slav: *mutar*, inde Germanis quibusdam Slavorum vicinis **mautner**, eod. ſenſu.

INWINDA, injuſti. } à Slav. *wina*, culpa, delictum.
INWINDITHA, injuſtitia. }

BURGUNDICA dico, quæ Burgundi Viſtulam transgreſſi Gothis communicarunt. Nàm Burgundos in Sarmatià Europæà ólim Gothis finitimos fuiſſe, vel hinc patet, quòd ſub principatu Diocletiani & Maximiani à Gothis ſedibus ſuis pulſi ſunt, teſte Mamertino in Genethliaco Maximiano Aug. dicto, anno circiter 292. cap. 17. Hujus generis eſt KINDINS, præſes, nomen dignitatis & officii, Pilato tributum ab interprete, & corruptum (ut videtur) ex HINDINOS, quâ voce Burgundi Regem appellare ſolent, memorante Marcellino (c). Nam H. facilè tranſit in K. ſicut K. in H. ut vidimus ſuprà in voce *Hliſtus*. Eſt autem HENDINUS nomen generale, obſervante Marcellino, ſignificans Seniorem, componiturque ex duabus vocibus Celticis, HEN, & DYN, quarum illa veterem, hæc hominem hodièque denotat apud Cambros. Veroſimile eſt, Burgundos ante migrationem in Sarmatiam hoc vocabulum accepiſſe à GOTHINIS, ſuis ad Viadrum viciuis. Nàm hos Gallicà Linguâ uſos eſſe, ſcribit Tacitus (d).

DACICA voco, non vetera illa Getica, de quibus nulla ad nos venit memoria, ſed quæ veteribus in eàdem Terræ parte ſucceſſerunt, Latina. Nàm poſtquàm Dacia in poteſtatem Populi Rom. pervenit, Coloniæ Trajanæ uſum Latinæ Linguæ huic Provinciæ intulerunt, quod præter Dionem (e) quàm plurimæ Inſcriptiones Latinæ in Dacià repertæ (f) teſtantur. Ad hanc claſſem referri poſſunt inter alia

ANA-

(c) Am. Marcell. Lib. 28. cap. 5. *Apud Burgundios generali nomine Rex appellatur HENDINOS.*

(d) Tacit. de Mor. Germ. cap. 43. *Gothinos Gallica Lingua coarguit non eſſe Germanos.*

(e) Dio Lib. 68. pag. 777. *Dacia in poteſtatem populi Rom. venit, in eamque Trajanus Colonias deduxit.*

(f) Vide Cellarium Geogr. Ant. pag. 595. in Dacià, & Leunclayium in notis ad Dionem pag. 774. & ſeq.

ANAKUMBJAN, accumbere.
MILITONDANS, milites.
FASKJA, faſcia.
AURKJE, urceus.
KINTU, quadrans, quaſi quinta pars asſis, hodiè Quintlein.
SINEIGS, ſenex.
SINISTANS, ſeniores. Niſi fortè Burgundicum ſit. Nàm Burgundis Sacerdos omnium maximus vocatur SINISTUS, teſte Marcellino (g). Utrum à Latino *ſenex*, an à Celtico *ſin*, templum, quod eo ſignificatu occurrit apud Boxhornium in Vocabulis Antiquo-Britan. incertum. Hoc autem certisſimum, Gothos non potuiſſe ignorare Linguam & Litteras Romanorum in Daciâ, quæ jàm inde ab A. C. 106. facta erat PROVINCIA AVGVSTA, ut eſt in Nummis.

Præter ſuperiora, nullis Teutonicis populis uſitata, occurrit in Codice Arg. ſylva ingens vocabulorum BARBARICORUM, quæ an Pontica ſint, vel alterius ex ſuperioribus Dialecti (nàm ad Germanicam referri nullâ arte poſſunt) peritioribus examinandum relinquo. Extantiora ſunt,

Abo, vir.
Abraba, valdè.
Abrs, magnus.
Aglo, tribulatio.
Aibrs, munus.
Anza, trabs.
Atisk, ſata.
Azetizo, facilius.
Aurahjo, monumenta, ſepulchra.
Awiliudon, gratias agere.
Baujan, verrere, in compoſ. *usbaujan*, everrere.
Bigitan, invenire.
Bimamindan, deridere.
Birekjai wairthun, periclitabantur.
Biſunjane, circumjacentes.
Biuhti, conſuetudo.
Dafriſahtai, exemplum.
Ibi, ſi, ut.
Fairgunje, mons.
Fairhwus, mundus.
Gadaban, evenire.
Gaurs, triſtis.
Gauritha, triſtitia.
Gawrisquand, fructum ferunt.
Glaggwuba, diligenter.
Granſta, feſtuca.

 Illaiw,

(g) Marcellinus loc. cit.

Hlaiw, monumentum ſepulcrale.
Hleïdumei, ſiniſtra.
Hunjan, confidere.
Jnilo, excuſatio.
Kas, vas.
Kasjins, figuli.
Latho, conſolatio, redemptio.
Manwi, ſumptus.
Manwjan, parare, præparare.
Maudeith, ſuggeret.
Nâitein, blaſphemia.
Nanthjands, *ananantbjands*, audens.
Nanthida, *ganantbida*, ceſſavit.
Nidwa, ærugo.
Not, puppis.
Paida, tunica.
Plapjo, plateæ.
Plinsjan, ſaltare.
Razn, domus.
Riquiz, tenebræ.
Robsna, atrium.
Saitqua, occaſus.
Saudim, ſacrificiis.
Seïthu, veſpera.
Siſaida, exultavit.
Siponeis, diſcipulus.
Slawan, tacere.
Sprauto, citò.
Suns, *ſunſaiw*, confeſtim.
Swinthai, validi, fortes, robuſti.
Tahjan, diſcerpere.
Theihwon, tonitru.
Tramſtein, locuſta.
Tuzwerjan, hæſitare.
Uſagajani, ſugillare.
Usdaudo, ſollicitè.
Usſilmei, ſtupor.
Waihſta, angulus.
Waip, corona.
Waluns, virgas.
Wis, tranquillitas.

Hiſce omnibus probè conſideratis & perpenſis, manifeſtum eſſe reor, Codicis Arg. VERSIONEM non in Germaniâ noſtrâ, ſed in ſolo peregrino natam eſſe, & quidem in GOTHIA, cujus ſitum, nulli alii regioni in toto terrarum orbe communem, voces ipſæ luculenter deſcribunt, domeſtici quidem teſtes, ſed tantò validiores.

Et hujus Linguæ genius planè diverſus eſt à naturâ & conſtitutione Linguæ GERMANICÆ tàm hodiernæ, quàm veteris Alaman. Francon. & Angloſaxonicæ, non ſolùm in vocibus propriis (quarum ſpecimen ante dedi) ſed etiam in communibus. Nàm ut terminationes & flexiones vocum in omnibus Orationis partibus omittam, quæ à reliquis Dialectis incredibili diſcrimine abludunt, hoc tantùm obſervari velim, Linguam Codicis Arg. verbum auxiliare HABAN, cunctis Germanis tàm recentibus quàm antiquis ad formanda præterita neceſſarium, non agnoſcere,
&

& nihilominùs dicere, quod dicendum eſt: E contrario idem verbum futuro tempori denotando adhibere, quod cæteris Germanis inſolens: Et præterea verbis paſſivis uti, quibus Germani planè deſtituuntur. Unde apparet, Linguam Codicis Arg. eſſe peculiarem Dialectum, Germanicæ haùd omninò ſimilem.

Verùm in hâc disſimilitudine, qualiscunque ſit, nullum Septentrionalibus arripiendi Codicis præſidium relictum eſt, adeò ut Lingua Codicis cum nullâ minùs Dialecto convenire examinantibus quàm cum Sueo-Gothicâ videatur. Et hæc Diſcordia (quod inprimis notabile) militat ubique pro Germanis, cum quibus perfectè convenit in omnibus, in quibus à Sueo-Gothis diſſentit. Id quod Vir Clariſſ. A. MAGNÆUS, domeſticus Septentrionis teſtis, in litteris ad Generoſ. Dn. de Baſſewitz, doctè & eleganter demonſtravit, unde bonâ ejus veniâ ſequentia decerpo. Sueo-Gothi, tàm recentiores quàm antiqui, articulum Subſtantivis poſtponunt: Codex Arg. cum Germanis præponit. Sueo-Gothi præfixum GA, cui æquipollet Germanicum ge, in nullâ orationis parte agnoſcunt, dùm Codex Arg. cum Germanis hanc parriculam non ſolùm Subſtantivis, & inprimis collectivis, ſed & omnibus præteritis & ſupinis, & plurimis etiam infinitivis præfigit. Sueo-Gothi præfixum BI, cui reſpondet Germanicum be, pariter ignorant, quod tamen Codici Arg. & Germanis in verbis eſt familiarisſimum. Sueo-Gothi utuntur paſſivis citrà auxilium, dùm Codex Arg. ſæpè WAIRTHAN & WESAN more Germanorum ad formanda paſſiva mutuò ſumit. Quibus prolatis Vir Doctus ita concludit: *Elucere hinc arbitror, idioma, quo conſcripta eſt hæc Verſio, longè propriùs ad Germanicam, quàm ad Septentrionis Dialectum accedere: Id quod adhuc magis eluceſceret, ſi quis ſingulas hujus Verſionis voces, flexiones earum, & varia huc pertinentia conferre vellet cum idiomate illo, quod Majoribus noſtris ante DCCCC. vel M. annos in ore erat.* Quam concluſionem nos quoque adoptamus.

IV. JU-

IV.

JUSTI CHRISTOPH. DITHMARI

Obſervatio Hiſtorica

Qua

Woldemarum I. Marchionem Brandenburgenſem gentis Aſcaniæ ultimum fuiſſe, Woldemarum vero II. & Johannem IV, qui poſt illum Marchiæ Brandenburgenſi ad annum uſque M CCC XXII vel M CCC XXIV præfuiſſe dicuntur, confictos eſſe probatur.

§. I.

POſt Woldemarum Marchionem Brandenburgenſem, qui *illuſtris* appellari ſolet, atque Beerwaldi anno M CCC XIX mortuus in cœnobio Chorinenſi fuit ſepultus, duos adhuc ſtirpis Aſcaniæ Marchiones *Woldemarum II.* & *Johannem IV.* ad annum uſque M CCC XXII vel M CCC XXIV juxta nonnullos Marchiæ Brandenburgenſi præfuiſſe, communis eſt opinio, cui Cl. quoque Viri SAGITTARIUS in *Hiſt. March. & Elect. Brand.* p. 34. &

BEC-

BECMANNUS in *Chron. Anhalt.* P. V. lib. I. c. 606. adſtipulantur, in eo ſolum diverſi, quod prior commemoratos Marchiones, Woldemarum II. & Johannem IV. Woldemari *illuſtris* ex fratre Henrico nepotes, poſterior vero ejus ex patruo Henrico conſobrinos fuiſſe aſſerant, quod ut clarius intelligatur, Schema utriusque Genealogicum apponemus, cujusmodi juxta ſententiam *prioris* hoc eſt:

JOHANNES I.
†. 1266.

Johannes, †. 1285. | Otto, †. 1308. | Conradus, †. 1304. | Ericus, †. 1295. | Albertus. †. 1285.

(Conradi filii:) Johannnes, †. 1305. | Woldemarus I. *illuſtris* †. 1319. | Conradus, †. 1283. | Henricus, †. 1313. | Otto. †. 1308.

(Henrici filii:) Woldemarus II, †. 1322. | Johannes IV. †. 1322.

a poſteriori vero tale conſtituitur:

Johannes I.

Johannes, | Otto, | Conradus, | Henricus, | Ericus, | Albertus.

(Conradi filii:) Johannes, | Woldemarus I. (Henrici filii:) Woldemarus II. | Johannes IV.

In quo utroque Schemate, etſi nonnulla mihi videantur monenda, inprimis, quod unius ſolum *Henrici* in illis mentio fiat, cum diplomata plures commemorent ejus nominis Marchiones Brandenburgenſes, *Henricum* nempe *Seniorem* atque *Juniorem*, patrem & filium, itemque *Henricum pupillum*, cujus anno M CCC XIX Dux Pomeraniæ tutelam geſſit, de his tamen emendandis nunc non diſputabimus, id ſolum

acturi, ut WOLDEMARUM *illuſtrem*, Marchionem Brandenburgenſem, gentis ſuæ ultimum, qui vero eum ſecuti vulgo dicuntur, *Woldemarum II.* & *Johannem IV.* confictos eſſe conſtet.

§. 2.

Satis autem luculenter id primum teſtimonia probant ſcriptorum, fide dignorum, qui non niſi unum Marchionem Brandenburgenſem Woldemari nomine agnoſcunt, atque illius obitu Principum Brandenburgenſium ſtirpem Aſcaniam extinctam fuiſſe referunt. ALBERTUS ARGENTINENSIS p. 121. *Eisdem*, ſcribit, *temporibus anno* M CCC XIX *menſe Julio* (rectius *Septembri*) *obiit Woldemarus Marchio Brandenburgenſis* absque liberis, Marchionatus diſpoſitione ad imperium devoluta. Chronicon Aulæ Regiæ ap. FREH. *Script. Rer. Boh.* p. 32. *Anno* (M CCC XIX) *& menſe* (Septembri) *prædicto*, refert, *pius & pacificus Wolmarus, Marchio Brandenburgenſis, qui potentia & divitiis ſuper omnes ſuos anteceſſores Marchiones excreverat*, ſine heredibus & liberis *eſt defunctus. Poſt hujus obitum tota luget Saxonia, & creſcit diſcordia per loca multa. Jam enim totus Brandenburgenſis Marchionatus* veris & naturalibus maſculis Principibus eſt orbatus. Idem Chronicon pag. 40. *Circa idem tempus Rom. Rex Ludowicus filio ſuo primogenito octenn. Brandenburgenſem Marchionatum* naturalibus Principibus orbatum *contulit.* CRANTZIUS *Hiſt. Dan.* lib. VII. 27. *Quum ita*, ait, *maximi utrimque* (inter Ericum Regem Daniæ & Woldemarum Marchionem Brandenburgenſem) *bellorum fuerant apparatus, mors Marchionis rem omnem diremit; Nam* ſanguinis ſui nullum reliquit ſucceſſorem, *qui bellum propagaret. Pervenit enim feudum illius mox ad Imperium.* IDEM Scriptor in *Saxonia* lib. 9. c. 14. *Compertum*, ſcribit, *tenemus morte Woldemari Marchionis, qui* legitimum ſui corporis, *& quod eſt mirabilius*, ſui ſanguinis heredem non haberet, *cum tamen ante paucos annos novem ſupra decem numerarentur Marchiones hujus tituli de Brandenburgo. Sed nunc ita placitum eſt ſuperis: ut* omnibus morte ſubtractis noviſſimus eſſet Woldemarus. *Beneficium ergo ad Imperatorem revolabit.* Perperam hæc verba FRID. LUCÆ im Fürſten-Saal p. 776. de Woldemaro II. accipit, quum Crantzius de eodem ſemper Woldemaro loquatur, de quo & in *Vandalia* lib. VIII.

c. 3.

c. 3. *Woldemarus*, refert, *Marchio moriens nullum reliquit hæredem. Mira rerum converſio ac revolutio: non multos ante annos novem & decem erant hujus tituli Marchiones adulti ac minores ætate, nunc in eam orbitatem venit provincia, ut* ſine Principe *terra recideret velut feudum in jus Imperatoris Ludowici Bavari.* Mittimus alios plures Scriptores probatos, qui ad unum omnes unum ſolum Woldemarum Marchionem commemorant, Woldemarum vero II. & Johannem IV. penitus ignorant.

§. 3.

Altero quoque ab obitu Woldemari anno Ludovicus Imperator Marchiam Brandenburgenſem filio ſuo Ludovico Seniori contulit, ut ex P.R. Johannis XXII. Bulla liquet, qua Imperatorem illum Avenionem ad cauſam dicendam vocat, quod inter alia *contra leges & intercesſionem Marchiam Brandenburgenſem filio ſuo tradidiſſet.* Bulla autem hæc, quam Chronicon *Aulæ Regiæ* p. 42. & AVENTINUS lib. VII. cap. 16. referunt, anno N.C. M CCC XXI. ſcripta fuit, certisſimo indicio, nullos tunc Marchiones Woldemarum II. & Johannem IV. ſuperſtites fuiſſe, quia absque illorum injuria Marchiam Brandenburgenſem filio ſuo concedere haud potuiſſet Imperator, neque P.R. in memorata ſua Bulla ſine omni nota id prætermiſiſſet.

§. 4.

Nec præterea Marchiam Brandenburgenſem filio ſuo alia ratione contulit Imperator, quam quod Woldemarus, non vero Johannes IV. qui vulgo ultimus Marchio fuiſſe dicitur, absque ullis heredibus obierit, atque Marchiæ feudum imperio ſuerit apertum. Ita enim is in literis feudalibus anno M CCC XXIV filio concesſis: *Quapropter nos* Principatus *&* Marchia Brandenburgenſis ac *nobilis* Archicameratus *imperii idem cum Ducatibus* Stettinenſi *&* Deminenſi, *terra* Stargarenſi, *Comitatu* Werningerode *& omnibus aliis terris, Comitibus & Dominiis, quæ morte claræ memoriæ quondam* WOLDEMARI Marchionis Brandenburgenſis *Principis noſtri Kariſſimi, qui* absque herodibus maſculis *& premiſſorum pheodorum capacibus de medio eſt ſublatus, ſicut ipſa in pheodum a ſacro tenuit imperio, ad nos fuerunt &* imperium jure

pheo-

phœodi devoluta, *viduitatis incommoda diutius deplorarent* &c. Item in literis clientelaribus, quibus ſuperiores ampliori forma anno M CCC XXVIII confirmatæ fuerunt: *Sane vacante imperio Principatu Marchiæ Brandenburgenſis per obitum* WOLDEMARI *olim Marchionis Brandenburgenſis de cujus* femore *vel* domo nullus deſcendit *vel* ſuperſtes *fuit heres ſexus, ut oportuit, maſculini* &c.

§. 5.

Sed & aliæ ditiones, quas Marchiones Brandenburgenſes in feudum tenebant, poſt obitum Woldemari *illuſtris* anno ſtatim M CCC XX aliis collata fuerunt. Marchiam enim *Landsbergenſem*, quam Marchiones Brandenburgenſes ab Alberto degenere, Landgravio Thuringiæ, acceperant, ut adverſus filios auxilium ipſi ferrent, Ludovicus Imperator eo anno Anhaltinis Principibus contulit, quod fieri non potuiſſet, ſi filii Henrici Junioris, Woldemarus II. & Johannes IV. quibus illa Marchia jure quodam præcipuo competiiſſet, ſuperſtites fuiſſent. Jutta quoque Abbatiſſa Quedlinburgenſis feudum per obitum Woldemari ſibi apertum eodem anno aliis concesſit juxta diploma apud KETTNERUM in *Antiq. Quedlinb.* p. 394. Circa idem tempus CHRONICO *Epiſc. Verdenſ.* T. II. *Script. Rer. Brunſwic.* p. 219. teſte, Epiſcopus Verdenſis *Bona, quæ Dominus Woldemarus Marchio Brandenburgenſis ab Eccleſia in* pheodo *tenuit, per mortem ejus vacantia contulit Ottoni de Luneborch*, certisſimo rurſus documento, nullos tunc Marchiones ſuperfuiſſe.

§. 6.

Idem luculenter comprobant literæ, quibus Agnes, Woldemari vidua paucis poſt mariti ſui obitum hebdomadibus Ratenavienſibus privilegia hunc in modum confirmat: *Nos Agnes* D. G. *de Brandenborg Marchioniſſa recognoſcimus publicis his literis, quod noſtros fideles cives civitatis Rathenow, univerſos & ſingulos in omnibus juribus, quibus hactenus uſi ſunt & nunc conſuevere volumus & favorabiliter conſervare, faventes eisdem civibus favore benigno, ut poſt noſtræ vitæ exitum Principi & Domino commaneant, & adhæreant, cui cives civitatis Brandenburg & Nauen tunc temporis adhærebunt, in quorum omnium evidentiam pleniorem præſentes literas noſtro ſigillo dedimus ſigillatas adhibitis teſtibus Conrado de Oſterburg, Eberhardo de Kerkhove,*

hove, Rodolpho Roſen & Ekhardo de Steckhoffe, noſtris militibus cum aliis pluribus fide dignis. Actum & datum in prædicta civitate Rathenau anno Dom. 1319. feria ante Matth. Evangel. Quibus literis clare ſatis innuitur, Agnetem & Cives Rathenavienſes incertos fuiſſe, ad quem Marchia ſit perventura, argumento non minus certo, quod Woldemarus nullos Waldemarum II. vel Johannem IV. ſucceſſores habuerit; qua de cauſa ipſe quoque Woldemarus Principes Anhaltinos, utpote proximos Agnatos, ſucceſſores ſuos in Marchia deſignaverat, atque in omnem eventum ſe vivo homagium a civibus Marchicis iis præſtari juſſerat, ut GARZEUS refert in *Hiſt. MSC.*

§. 7.

Eodem denique, quo Waldemarus obierat anno M CCC XIX Marchiæ Brandenburgenſis ditiones varii juris prætextu vicinos Principes invaſiſſe CHRONICON *Aulæ Regiæ* teſtatur, quod verbis ſupra §. 2. adductis ſtatim ſubjungit: *Igitur circumſedentes Principes tanti Principis liberis orbati obitum audientes mox inceperunt viciniores ſibi occupare civitates. Henricus Dux Sileſiæ Bolconis Ducis filius Görliz obtinuit & Lubanum licet antiquis temporibus ad Regnum ſpectaverint Boëmorum. Johanni vero Regi Boëmiæ Barones & Cives de diſtrictu Budiſſinenſi homagium præſtitere. Porro Johannes, Rex Boëmiæ, cupiens plura de illis, quæ præfatus Marchio poſſederat, obtinere, cum trecentis galeatis hominibus incepit menſe Septembri partes Luſatiæ & fines Saxoniæ viſitare. Oppidum, quod* Sumerfeld *dicitur, tunc obtinuit. Sed infra duos menſes id ipſum, quod acquieſierat, cum damno amiſit.* Gubin *civitatem Rex fortiter oppignoravit, ſed abinde modicum utilitatis aut commodi reportavit.* Uckeram quoque & Novam Marchiam Rex Poloniæ & Dux Pomeraniæ; Veterem Marchiam Dux Brunſvicenſis atque Archipiſcopus Magdeburgenſis invaſerunt, totam vero Marchiam, factis in illam irruptionibus, Principes Anhaltini & Dux Saxoniæ Rudolphus utpote defuncti Waldemari proximi agnati prætendebant; Nulla autem, qui illis invaſoribus ſeſe oppoſuerint, vel Waldemari II. vel Johannis IV. ſit mentio.

§. 8.

Nec ulla ratione nobis obſtant diplomata, quibus Rudolphus Dux Saxoniæ annis 1319, 1320 & 1321. tutorem pupillorum *Marchionum* ſe

 ſcri-

ſcripſiſſe refertur GARZEO l. c. Non enim per pupillos hoſce Marchiones Waldemarus ille II. & Johannes IV, ſed Principes Anhaltini Albertus & Waldemarus intelligendi ſunt, quippe quorum tutelam Waldemarus Marchio Brandenburgenſis geſſerat, poſt vero illius obitum Rudolphus, Saxoniæ Dux, in ſe ſuſceperat, vide Cl. BECMANNUM in *Hiſt. Anhalt.* P. III. lib 2. c. 2. P. V. lib. I. cap. VI. p. 32. Marchiones autem Principes illi procul dubio appellantur, quia Waldemarus Marchio Brandenburgenſis Principes Anhaltinos, utpote proximos agnatos, Succeſſores ſuos in Marchia Brandenburgenſi deſignaverat, GARZEUS d. l. Ex iis ergo, quæ diximus, ſatis, opinor, conſtat, Waldemarum illuſtrem ultimum ſuæ gentis Marchionem Brandenburgenſem fuiſſe, penitus autem conficta atque fabulas eſſe, quæ de Waldemaro II. & Johanne IV, Succeſſoribus ejus referuntur.

V.

J. L. FRISCH

Etymon Nominis Weſer, (Viſurgis) Fluvii Germaniæ.

FLuvii Fulda & Werra prope oppidum Münden in ditione Hanoverana confluentes, novum in novo alveo ſortiuntur nomen, & ab accolis & Geographis ſic conjunctim labentes vocantur Germanice *Weſer*; Latine *Viſurgis*. Hæ circumſtantiæ duplici quæſtioni locum dant (1)

Utrum hic per appellationem Münden, Fluvii Fuldæ oſtium in Werram, an Werræ oſtium in Fuldam ſignificetur?

Nam Munde ſive Munda in Geographia Germaniæ ſignificat oſtium fluvii in alium plerumque majorem, vel in lacum quendam, vel in mare ipſum. Idque more Græcorum & Latinorum quibus Metaphora ab ore ſumpta placuit. Euſtath. ad Iliad Λ inqvit: ςόμα ποταμȣ̃ ςόμιον

μιον λέγεται. Ita Latine dici poteſt: Os fluvii oſtium dicitur; & Germanice: *Der Mund eines Fluſſes heiſſet die Münde.* Germani præterea addunt plerumque nomen fluvii cujus oſtium indicare, & ab eo locum quendam appellare volunt. e. c. *Tangermünde*, oppidum ad oſtium Tangeræ in Albim; *Dünamunde* ad oſtium Dünæ in mare. Ad Werram ipſam, antequam ad Mündam oppidum venit, eſt Herdemunda. In alia dialecto dicunt *mond*, ut: *Ruremond*, *Angermonde*. Hoc ſolum oppidum verò quod ad confluentes Fuldæ & Werræ ſitum eſt, nunquam *Fuldamunda* aut *Werramunda*, ſed ſimplici nomine *Munden* appellatur. Id quod dubium auget, & anſam præbet ad quæſtionem (2)

Utrum appellatio *Weſer* ſive Viſurgis nova ſit, & plane diſtincta à *Werra*; an vero Weſer & Werra idem ſit nomen diverſo modo pronunciatum?

Hoc poſterius ego affirmo, & probo his rationibus, quæ ſimul reſponſionis loco ad priorem quæſtionem eſſe poſſunt. Nam

I. Mutatio illa, quæ accidit voci Weſera, ut inde Werra factum ſit, qua, omiſſo ſibilo vocis liquida duplicatur, olim frequens fuit. e. c. Pronomen Germanicum *dieſer* mutatum eſt in *dirre*, & adeo indifferenter utroque uſi ſunt veteres, ut apud eundem Auctorem modo *dieſer*, modo *dirre* invenias. Nicol. Jeroſchin (in MS. verſione Petri Duisbergenſis Germanica) qui alibi pronomen hoc cum ſibilo ſuo ordinario habet, ſæpius tamen etiam *dirre* ſcribit. e. c.

Dirre Main und dieſe Not. i. e.
Hic dolus & hæc Calamitas.

Et Vetus Poëta Renner, puellas in ſponſorum delectu nauſeantes, ſic loquentes inducit:

Dieſer iſt ein Dreſſer-Korb (hic eſt calcatorum racemorum qualus)
Dieſes Nas ein Senſen-Worb (hujus naſus falcis manubrium)
Dirr iſt gelber als ein Wachs (hic flavior cera)
Jener ſchnauder als ein Dachs (ille grunnit ſive fremit ceu taxus)

Sic *Weſera* & *Werra*, ſive olim *Wiſura* & *Wirra* indifferenter dixerunt. Quod

II. Teſtatur Adamus Bremenſis. Hiſt. l. 2. teſtis omnium locupletiſſimus, de hoc fluvio ita ſcribens:

Viſuris qui nunc Viſura, vel *Wirraha* nuncupatur, in
Saltu Thuringiæ fontem habet.

Hic

Hic locus, qui omnem dubitationem in inquirenda hac origine tollit, allegatur à Viris doctis, & tamen iidem ad aliam minus probabilem & exploſam etymologiam relabuntur.

Romani, ut Plinius l. 4. 14. & alii, ex Viſuraha, addita terminatione Latina fecerunt Viſurahis & ex hoc Viſurgis.

Redit ergo tantum poſt confluentem Fuldæ in Werram, nomen Viſuræ ſive Weſer purius, & cum ſibilo pronunciatum, quod jam ab ortu hujus fluvii Weſera aut Werra, (in Thuringia enim & Haſſia vocalem i frequenter in e mutant) ſive olim Wiſura aut Wirra; ſive Wiſuraha aut Wirraha pronunciatum eſt. Et hinc oppidum Münden, ſi quis id ab aliis diſtinguere vult Mündis, proprie Fuldamunda appellari poteſt.

VI.

Ejusd.

Significatio Nominis Montacoc quod Comiti cuidam Hennebergenſi olim datum fuit.

CLar. Auctor Libri, ujus Titulus eſt: Status Eccleſiaſticus & Scholaſticus Comitatus Hennebergici, legit apud Spangenbergium, fuiſſe olim Comitem Hennebergenſem hoc nomine peregrino appellatum, & ſcire deſiderat unde vox Montacoc derivetur. Non potui Clar. huic Viro hac occaſione non indicare, qua via rationem hujus appellationis inveni. Separavi vocem Montacoc in tres alias & vidi eam exprimere Nomen Henneberg vocibus Gallicis Mont à coc, ſive ut hodie ſcribitur coq. id eſt montem Galli. Hahnenberg ſive Hennenberg. Cur vero & qua occaſione Comiti Germanico nomen hoc Gallicum datum, vel ab eo aſſumptum ſit, hoc e Veteris hiſtoriæ monumentis eruendum eſt, Etymologiæ vero ratio inveſtigationem illam non amplius requirit.

PARS SECUNDA
CONTINENS
MATHEMA
TICA
ET
MECHANICA.

H

I.

JACOBI HERMANNI

Continuatio Schediaſmatis Articulo VII. pag. 197. ſqq. Primi Miſcellaneorum Voluminis exhibiti.

POſteaquam Problema ſtationis Planetarum in caſu particulari, quo Orbes Planetarii Circulares ſunt, concentrici & eodem in plano, in primo Volumine horum Miſcellaneorum loco citato ſolutum dedi, nunc tandem etiam, quem titulus prioris illius ſpeciminis promiſit, modum generalem inveniendi loca Planetarum cum unus alteri ſtationarius apparet, aperire libet, pro eo ſcilicet caſu, quo Planetarum orbitæ ſunt Ellipticæ & varie ad ſe mutuo inclinatæ. Paragraphorum numerum, ubi illic deſinit, hoc loco continuabimus.

Tab. II. Fig. A.

VII. Sint duæ Ellipſes KBA, & IGE circa communem focum C, in dato angulo ad ſe mutuo inclinatæ, CI ac CK communes ſint ſectiones earum ac alterius cujuſdam plani per focum C ducti, & Ellipſium planis recti, ita ut Planetæ in I & K exiſtentes in conjunctione ſint, ab

hinc verò progredientes verſus G & B, areas conſtanter deſcribant GCI & BCK quæ ſint ad invicem in data ratione n ad 1. Quæruntur loca Planetarum G & B talia, ut unus alteri ſtationarius appareat. Ad hoc ſolvendum, quodam Projectionis genere utor, quo Ellipſes abeunt in Circulos.

VIII. *Serenus* enim jam olim oſtendit, Ellipſin non ex Cono ſolum, ſed ex Cylindro quoque ſecari poſſe. Supra plano hujus chartæ, exempli cauſa, duo cylindri recti poſiti intelligantur, quorum major minorem includat, ita ut ex majore Elipſis major, & minor ex cylindro minore ac interiore reſecetur, quod utique fieri poſſe, conſtat. Baſes Fig. B. ejuſmodi Cylindrorum Ellipſium *Projectiones* deinceps vocentur. Sic portionis Ellipſeos A B D C, cujus focus alteruter ſit F, & portio axis tranſverſi F D Projectio, erit ſegmentum circulare A G H C, ſi ſcilicet ex ſingulis perimetri A B D C punctis in planum aliquod perpendiculares demiſſæ cogitentur, ut B G, b g, D H &c. ductiſque ad F rectis B F, b F, &c. trilineorum B F D, b F D projectiones, erunt G F H, g F H &c. quibus poſitis, ſequens facile demonſtrari poteſt Lemma, quo poſtea utemur.

IX. *Trilineum Ellipticum* B F D *radio vectore* F D, *portione* F D *lateris tranſverſi & hiſce interjecto arcu Elliptico* B D *terminatum, eſt conſtanter ad ſuam projectionem, ſeu trilineum circulare* G F H, *ut* F D *ad* F H: *hoc eſt, in ratione Sinus totius ad Sinum complementi anguli, quem plana* A D C *&* A H C *continent.*

Puncto B aliud indefinite vicinum b intelligatur ita, ut ducta b F ejuſque projectione g F, oſtendatur eſſe triangulum B F b ad triangulum G F g, ſicut F D ad F H, id eſt, in data ratione. Ex b ducatur b β parallela F D & ipſi F B occurrens in β, ex quo puncto demittatur perpendicularis β γ ad planum projectionis, quæ proinde in plano trianguli B F G exiſtet, atque adeo punctum γ in recta F G. Porrò per rectas β γ, b g plana β γ E M, b g e m, plano D F H recta tranſire intelligantur, quorum & hujus D F H ſectiones erunt rectæ lineæ M E, m e, parallelæ; ſectiones verò eorundem planorum in plano ellipſeos A B D F erunt lineæ pariter æquidiſtantes β M, b m; ac denique ſectiones planorum β γ E M, b g e m in plano projectionis A H C erunt lineæ parallelæ γ E, & g e. Jam cum plana b β γ g & D F H vel m M E e ſint parallela, manifeſtum eſt, ſingulas

line-

lineas βM, bm, γE & ge, eidem plano rectas, æquales eſſe; adeò ut rec-lum $b\beta Mm$ ſit ad rec-lum $g\gamma Ee$, ſicut Mm ad Ee, vel ſicut FD & FH. Unde cum triangula $b\beta F$, & $g\gamma F$ ſint ſemiſſes rectangulorum æque altorum & ſuper eadem baſi βm & γe, erit etiam triangulum $b\beta F$: triang. $g\gamma F$ = FD : FH. Atque adeo omnia triangula βFb vel BFb quæ in trilineo FBD continentur, ſeu hoc ipſum trilineum FGH in quod deſinunt omnia $F\gamma g$, vel FGg, ſicut FD & FH. Q. E. D.

X. Hiſce poſitis, loco Ellipſium ABK, EGI (fig. A) earum tantum projectiones circulares ZBX, YHW (Fig. 43. I. Vol. Miſcell.) conſiderabimus, quorum contra ſint C, D & punctum M projectio communis Ellipſium foci in fig. A; puncta verò in citata fig. 43. W & X referant puncta I & K fig. A; ſi ergo in fig. 43. puncta b & H in ſuis circumferentiis ita ſint poſita, ut alia hB priori Hb ad intervallum infiniteſimum æquidiſtans, triangula HMh, BMb ſpatiis mixtilineis HGWM, bXM proportionalia efficiat. Planum circulis rectum per lineam Hb tranſiens, utramque ſecabit Ellipſin in punctis illis, ad quæ ſi Planetæ pervenerint, unus alteri ſtare videbitur. Ad inveniendam porro hujus lineæ poſitionem, jungantur puncta C & M lineâ indefinite longâ MCA, eique per puncta D, H, & B parallelæ agantur DN, ϕQ & BR, nec non perpendiculares DV, HI, BF, $h\phi$ & $b\beta$; quibus poſitis, dicantur CG, a; DN, b; DV, c; MC, e; CV, f; MV, g; CI, x; HI, y; ϕH, dx; $h\phi$, dy; arcus HG, z; DO, t; OB, u; βB, dt; βb, du; arcus BN, μ; IP, z, ac denique BR vel ei æqualis HQ, $d\omega$.

XI. Propter triangula ſimilia IPH, PbF, erit HI : IP = HI + FB vel Fb : IP + PF, vel in ſymbolis analyticis. $y : z = c + u + y : f + t - x$;

hinc . . . . . $z = \dfrac{(f + t - x)\,y}{c + u + y}$ . . . . Æqu. I.

Item quia hB parallela eſt Hb, erunt triangula $h\phi Q$, $b\beta R$ ſimilia, atque adeo $h\phi : \phi Q = b\beta : \beta R$, vel in ſymbolis, $dy : dx + d\omega = du :$

$\beta R = \dfrac{dx\,du + d\omega\,du}{dy}$, adeoque $BR = \dfrac{dt\,dy + dx\,du + d\omega\,du}{dy} =$

$HQ = d\omega = \dfrac{dt\,dy + dx\,du}{dy - du}$, unde $\phi Q = \dfrac{dx + dt)\,dy}{dy - du}$. Ergo eti-

am $h\phi$ ſeu $dy : \phi Q$ id eſt $\frac{(dx + dt)\, dy}{dy - du}$, ita HI ſeu $y : IP (z)$. Hinc

$$z = \frac{(dx + dt)\, y}{dy - du} \quad . \; . \quad \text{Æqu. II.}$$

Ex comparatione æquationis primæ cum ſecunda, provenit

$$\frac{f + t - x}{c + y + u} = \frac{dx + dt}{dy - du} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{Æqu. III.}$$

Sint areæ datæ $GMW = \frac{1}{2}PP$; $AMX = \frac{1}{2}QQ$; $MDNA = \frac{1}{2}RR$; eritque area $HCWM = \frac{1}{2}PP + \frac{1}{2}cy + \frac{1}{2}a\eta$, & area $BXM = \frac{1}{2}QQ - \frac{1}{2}RR - \frac{1}{2}b\mu \pm \frac{1}{2}ct \mp \frac{1}{2}gu$; vel $= \frac{1}{2}SS - \frac{1}{2}b\mu \pm \frac{1}{2}ct \mp \frac{1}{2}gu$, Poſita ſcilicet $SS = QQ - RR$. Et differentiando valorem areæ HCWM erit ejus elementum ſeu triangulum $HMh = \frac{1}{2}ad\eta + \frac{1}{2}cdy$; ac elementum areæ BXM, quod eſt triangulum $BMb = -\frac{1}{2}bd\mu \pm \frac{1}{2}cdt \mp \frac{1}{2}gdu$; Et ſubſtituendo loco dt, dy, horum valores $\frac{ud\mu}{b}$, & $\frac{xd\eta}{a}$, quos triangula ſimilia $Bb\beta$, BDO & $Hh\phi$, HCI ſuppeditant, habebimus triangulum $HMh = \frac{acd\eta + cxd\eta}{2a}$, & triang. $BMb = \frac{-bbd\mu \pm cud\mu \mp gtd\mu}{2b}$. Jam quia (hyp.) triang. MBb : triang. $MHh = n : 1$, invenietur $(\pm acu \mp agt - abb)\, d\mu = (abc + bcx)\, nd\eta$, vel porro reducendo hanc æquationem, provenit æquatio quarta, ...

$$\frac{d\mu}{d\eta} = \frac{(abc + bcx)\, n}{\pm acu \mp agt - abb} \quad . \; . \; . \quad \text{Æqu. IV.}$$

Subſtitutis porrò in æquatione tertia loco dy, dx, du, dt ipſorum reſpectivis valoribus $\frac{xd\eta}{a}$, $\frac{-yd\eta}{a}$, $\frac{td\mu}{b}$ & $\frac{-ud\mu}{b}$, invenieturque peractis reductionibus inſtituendis $\frac{d\mu}{d\eta} = \frac{bfx + btx - aab + bcy - buy}{aft + att - acu - auy - atx - auu}$; adeoque conferendo hanc æquationem cum quarta, naſcetur quinta

$$. \; . \; . \; . \; . \quad \frac{bfx + btx - aab + bcy - buy}{aft + att - acu - auy - atx - auu} = \frac{(abc + bcx)\, n}{\pm acu \mp agt - abb} \quad . \; . \quad \text{Æqu. V.}$$

Qua-

Quæ à quantitatibus infiniteſimalibus prorſus eſt libera, & in qua duæ tantum indeterminatæ reapſe inſunt, quoniam $x = \sqrt{(aa-yy)}$ & $t = \sqrt{(bb-uu)}$. Porrò quia trilineum MXb : trilineum MWGH $= SS - b\mu \pm ct \mp gu : PP + a\eta + ey = n:1$, erit $SS - b\mu \pm ct \mp gu = nPP + na\eta + ne\eta$, in qua arcus η datur in y & conſtantibus tranſcendenter, & arcus μ in u, unde cum ſit $t = \sqrt{(bb-uu)}$ duas æquationes habemus, quas ſolæ u & y cum conſtantibus ingrediuntur, atque adeo dabuntur, ſaltem tranſcendenter, u & y, ut adeo hinc liqueat, Problema omnino determinatum eſſe.

Hæc jam ante ſexennium & quod excurrit Societati Regiæ tranſmiſſa ſunt Miſcellaneis ſuis inſerenda, priusquam Illuſtris Marchionis Hoſpitalii de Sectionibus Conicis Tractatus poſtumus in publicum emiſſus eſſet; in quo ſimilis modus, illi quem ſupra explicuimus traditur, projiciendi Ellipſes in Circulos vel etiam in alias Ellipſes. Cæterum, ne hoc etiam reticendum puto, ſuperiorem noſtram analyſin huic difficultati obnoxiam eſſe, quod, cum Ellipſis quælibet ex Cylindro reſecanda, ſit ad ſuam projectionem ſeu Cylindri baſin, ut axis ellipſis tranſverſus ad ejus conjugatum; non appareat, qui fieri poſſit, ut omnes Orbitæ planetariæ in Circulos projici poſſint, & tamen angulis illis ad invicem inclinatæ ſint, quos Aſtronomicæ obſervationes prodiderunt. Aſt incommoda iſti quam facile ſuccurri poſſit, manifeſtius Intelligentibus harum rerum puto, quam ut prolixius id exponere neceſſium ſit. En potius alium modum, quo Problema ſtationis Planetarum in hypotheſi Elliptica, absque projectionibus expediri poſſit.

XII. Sit iterum (Fig. A) AKB orbis alicujus Planetæ, & EIG projectio orbitæ alterius Planetæ in plano prioris, quæ pariter Ellipſis erit, vel Circulus, I & K ſunt loca ad idem planum reducta, cum unus Planeta alteri in conjunctione vel oppoſitione cum ſole in communi foco C poſito, apparet. Si, area KCB exiſtente ubique ad aream ICG in data ratione n ad 1, jungantur puncta G, B rectis GB, Planetæ ambo ex punctis I, K vel ex illis, quæ in ſuis orbitis hisce reſpondent, ſimul egreſſi, ſemper reperientur in rectis GB, & ſi præterea arculos infiniteſimos Gg, & Bb ſimul deſcribentes, pervenerint in ſitum lineæ gb, quæ producta, alteri GB occurret alicubi in O, infinitis hujusmodi interſectionibus formabi-

mabitur quædam linea Curva, quæ variis ſuis flexuris oſtendet, quando directus apparebit Planeta ex altero viſus, quando retrogradus & denique quando ſtationarius. Hic poſtremus caſus toties obtinet, quoties GB coincidit cum aliqua Curvæ aſymptota, vel quod eodem recidit, quoties punctum concurſus O, infinite diſtat à punctis G & B. Ut vero magnitudo lineæ GO generaliter habeatur, per G & B ductæ ſint tangentes Ellipſium GB, BR coeuntes in puncto R, ſuper quas ex foco Ellipſium C perpendiculares CP & CQ demittantur, ac denique ducta ſit lineola $G\gamma$ parallela tangenti BR. Quibus poſitis, propter triangula ſimilia $G\gamma O$ & BOb erit $G\gamma : Bb = GO : BO$ (vel aſſumta communi GR) $= GO.GR : BO.GR$, & ſimilia triang.la $gG\gamma$, GRB, præbent

$Gg : G\gamma = GR : BR$ (vel aſſumta communi BO) $= BO.GR : BO.BR$, ergo ex æquo $Gg : Bb = GO.GR : BO.BR$; at verò triang. BCb : triang. $GCg = n : 1 = Bb.CQ : Gg.CP$, atque adeò $Gg : Bb = CQ : n.CP$, idcirco habebimus denique $GO.GR : BO.BR = CQ : n.CP$, ac multiplicatis extremis & mediis, $n.GO.GR.CP = BO.BR.CQ$, ac tandem obtinebitur analogia $GO : BO = BR.CQ : n.GR.CP$, & convertendo $GB : GO = BR.CQ - n.GR.CP : BR.CQ$, ac propterea erit $GO = GB.BR.CQ : BR.CQ - n.GR.CP$. Jam quia hæc fractio infinita fieri non poteſt, niſi denominator ejus ſit infinite parvus vel nullus; ideo ad id, ut unus Planeta ex alio ſtare videatur, oportet denominatorem $BR.CQ - n.GR.CP$ eſſe nullum, vel quod eodem recidit, ut ſit $BR.CQ = n.GR.CP$, quod indicat, in caſu ſtationis Planetarum, eſſe triangulum BCR ſeu ſemiſſem rectanguli BR.CQ ad triangulum GCR ſemiſſem rectanguli GR.CP in data ratione n ad 1 ſeu in ratione trilinei BCK ad trilineum GCI.

Priusquam manum de tabula retraham, liceat tantiſper ad caſum ſimpliciorem, quem in altero noſtro ſchediaſmate expedivimus, reverti; ut ſolutionem facillimam cum Curioſis communicem problematis de ſtatione planetarum in orbibus circularibus concentricis diſcurrentium, quæ nullo opus habet calculo & cujus ope tamen per ſimplicem trigonometriam rectilineam Problema ſolutum datur.

XIII. Sint igitur (Fig. C.) Circuli concentrici BZ, OY circa centrum C, atque in punctis circumferentiarum B & H reperiantur Planetæ

cum

cum unus alteri ſtationarius apparet. Ducantur CB, CH, demiſſoque ad BN perpendiculo CM, ipſi parallela HP agatur per punctum H, radio CB occurrens in P, ex quo puncto, ut etiam ex puncto O rectæ BN æquidiſtantes PR & OQ ducantur; Quibus præparatis, cum linea *bh* connectens extrema b, h arculorum infiniteſimorum Bb, Hh, eodem tempore à Planetis deſcriptorum, alteri BH parallela eſt, erunt rectulæ per b & h ductæ bβ & hφ ipſi MC parallelæ, æquales; atque porro propter ſimilitudinem triangulorum Bbβ, CBM & COQ, erit Bb:bβ = CO:OQ. Et triangula ſimilia Hhφ & HCM, præbent hφ vel bβ: Hh = HM vel PR : HC vel OC; ergo ex æquo perturbate, eſt Bb: Hh = PR : OQ. Jam arculi Bb, Hh eodem tempore deſcripti ſunt ut velocitates quibus percurruntur, ergo PR : OQ vel PC : OC = velocitas Planetæ B; veloc. pl. H. Adeoque, poſita hâc velocitatum ratione 1 : n, tantum opus eſt, ut radius OC dividatur in P, ut pars PC ſit ad totam OC, ut 1 ad n, & biſecta reſidua BP in S, ex hoc centro, intervalloque SP vel SB circulus BHP deſcribatur, qui orbem inferiorem OY in optato puncto H ſecabit. Q. E. F.

XIV. Anguli verò in triangulo BCH facile invenientur, per communem Trigonometriam rectilineam. Nam quia dati ſunt radii BC, OC etiam hujus pars $\frac{OC}{n}$ à numero dato n denominata quæ eſt PC, data erit, perinde ac PB & ejus dimidia SP vel SH. Igitur in triangulo SCH data ſunt tria latera, ſcilicet SC ſemiſumma linearum BC, PC; SH vel SP ſemidifferentia earundem, & denique CH radius circuli OC, ergo per notiſſimas Trigonometriæ regulas, ex tribus lateribus illis inveniri poſſunt anguli, ſcilicet SCH, & CSH vel ejus dimidius CBH, ex quibus etiam innoteſcet tertius CHB vel ejus ſupplementum CHM ad duos rectos. Ipſum calculum, brevitatis gratia non addo, cum regula noſtra ſatis perſpicue, ut mihi ſaltem videtur, explicata, abunde ſufficere poſſit.

(o)

II Re-

II.

Regula, quá inveniuntur, omnes diviſores cujuscunque producti Algebraïci, dummodo in nullo diviſore ſit terminus irrationalis ſeu incommenſurabilis.

Autore

PH. NAUDÆO, Juniori.

Definitiones.

1.

QUæ quantitates quarum multiplicatione factum eſt productum aliquod, dicentur *producentes* hujus producti; quod ſi deſignare velimus producentem qui duobus terminis conſtet, dicetur ille brevitatis ergo, *producens binarius*.

2. Si in producto algebraïco terminus ſit, qui duorum aliorum locum teneat, ſive in quo per additionem vel ſubtractionem quaſi coaluerint alii duo termini literis convenientes, dicetur hic terminus; *terminus concretus*.

3. Si in producto algebraïco fuerint duo termini, qui ſe invicem deſtruxerint, & evanuerint, quoniam in ſolis ſignis differebant, dicetur hic terminus; *terminus deſtructus* ſeu *abolitus*.

4. Aggregatum ex binis terminis, proportionis rationem inter ſe habentibus, hôc locô, compendii ergo, *rationem* appello, velut ſi a ſit ad b, uti c ad d, dicam $a+b$ eſſe priorem rationem, & $c+d$ poſteriorem.

5. Ter-

5. Terminos è dato producto excerptos, qui conſtituunt productum integri producentis unius, per terminum unicum producentis alterius; dico ipſos terminorum *poſitionem* eſſe, vel conſtituere.

Integra hæc ſpeculatio mere pendet ab inſpectione Algebraïcæ multiplicationis, namque probe attendenti in multiplicatione ad poſitiones varias alicujus producentis, mox cauſæ & rationes totius Regulæ palam fient, in eâ enim hoc unum agitur, ut ex dato producto quovis Algebraïco, poſſint extrahi excerpique, termini conſtituentes veram terminorum poſitionem integram, producentis alterutrius, hoc etenim facto, etiam mox innoteſcit producti dati producens ſeu diviſor integer.

Ut itaque explicationem hujus Regulæ ordiamur, exemplum in medium afferemus reſolvendum, juxta præſcriptas in Regula operationes, hoc etenim pacto Regula ipſa magis illuſtrabitur; Sit itaque propoſitum productum Algebraïcum, cujus quærantur producentes ſeu diviſores.

$$6b^4ccd + 8b^6c - 18ab^4cd + 16b^3c^3d - 24bc^5d + 27abbc^3d + 11ab^3cdd - 35aabbd^3 + 42ab^3ccd - 9bbc^4d + 15abc^3dd - 18bbc^5 + 28ab^5d + 56abbccdd - 63aab^3dd.$$

Excerpo ex dato producto quatuor terminos, veram *proportionem* diſcretam conſtituentes, tam quoad numeros quàm quoad literas, tales verò occurrere debere, & quidem ſæpe in eôdem producto hinc patet, quia nempe duo quilibet termini producentis unius, multiplicantes binos quoslibet terminos producentis alterius, productum dabunt 4 terminis proportionalibus conſtans, quod facile eſt demonſtratu per 17. l. 7. Eucl. quærendo itaque tales 4 terminos; hos invenio.

$$15abc^3dd - 18bbc^5 - 35aabbd^3 + 42ab^3ccd$$

C	D	F	G
$-3bc^3$	$-5add + 6bcc$	$7abbd$	$-3bc^3 + 7abbd$
$-3c$	$-5abccdd + 6bbc^4$	o	
$-3b$	$-5ac^3dd + 6bc^5$	o	
$-3bc$	$-5accdd + 6bc^4$	o	
$-3cc$	$-5abcdd + 6bbc^3$	o	
$-3c^3$	$-5abdd + 6bbcc$	$7abd$	$-3c^3 + 7abd$
$-3bcc$	$-5acdd + 6bc^3$	o	

in quibus manifeſtum eſt, 15 eſſe ad 18, ſicut 35 ad 42, & $+abc^3dd$ eſſe ad $-bbc^5$ ſicut $-aabbd^3$ ad $+ab^3ccd$. Hos *proportionis* terminos plerumque ſumo tales, in quibus litera ad maximam potentiam eſt evecta, ut hîc eſt terminus $-18bbc^5$, ubi litera c^5 admodum eſt elata; poſtea *primæ rationis proportionis* hujus, id eſt, duorum primorum $15abc^3dd-18bbc^5$ ſumo maximum diviſorem literalem uniterminum nempe bc^3, quem afficio ſignô quô lubet, & aliquo numero 3, qui ſit diviſor communis amborum 15 & 18, ita ut habeam terminum diviſorem $-3bc^3$ hujus rationis $15abc^3dd-18bbc^5$; hunc ſubſcribo primo *proportionis* termino in columna C; dein quotientem hujus diviſionis binarium $-5add+6bcc$ (qui nempe hac diviſione provenit) $\frac{15abc^3dd-18bbc^5}{-3bc^3}$ pono in columna D in recta linea cum termino $-3bc^3$, quô factô, diſpicio num quotiens hic binarius $-5add+6bcc$ etiam alteram *rationem*, id eſt aggregatum ex binis reliquis *proportionis* terminis $-35aabbd^3+42ab^3ccd$ dividat, quod ſi fieri poſſit, ſicut hic ſuccedit, colloco iterum uniterminum quotientem $7abbd$ (qui provenit hâc diviſione $\frac{-35aabbd^3+42ab^3ccd}{-5add+6bccd}$) in eâdem lineâ cum præcedentibus ſub columna F, & jungendo hunc novum uniterminum quotientem $7abbd$ cum primo unitermino diviſore $-3bc^3$ ita ut inde fiat $-3bc^3+7abbd$, quod ſic colloco in columna G in eadem ſemper recta linea, habebo primum producentem *proportionis* binarium in columnâ D, $-5add+6bcc$; alterum verò in columnâ G poſitum, $-3bc^3+7abbd$; Sin verò non poſſent bini reliqui proportionis termini, nempe $-35aabbd^3+42ab^3ccd$ dividi per primum quotientem binarium $-5add+6bcc$, indicio hoc foret, terminum $-3bc^3$ producentem proportionis binarium componere non poſſe; poſtea ordine diſpono in columnâ C, ſub termino $-3bc^3$ omnes ejuſdem diviſores, & cum horum ſingulis procedendo, ut factum eſt cum $-3bc^3$, neceſſariò ſic habebuntur primæ proportionis omnes diviſores binarii poſſibiles, ex. gr. ſi adhuc cum ſecundo termino $-3c$ columnæ C eôdem modo procedere & tentare velim, cum ipſô divido primam rationem $15ab^3cdd-18bbc^5$, & cum ipſius binario quotiente, in directum ſub columna D diſpoſito $-5abccdd+6bbc^4$, demum dividere tento rationem alteram $-35aabbd^3$ $+42$

$+42aab^3ccd$, iſta autem diviſio cùm non ſuccedat, quotientis locus in columna F manet vacuus, & patet hinc, terminum columnæ C $-3c$, producentes proportionis binarios reddere nequire; eòdem modò tentando cum reliquis columnæ C terminis, liquet in exemplò noſtrò, præter duos producentes binarios proportionis primò inventos $-5add+6bcc$ & $-3bc^3+7abbd$ adhuc ſaltem hos duos detegi, $-5abdd+6bbcc$ & $-3c^3+7abd$. Si eveniat, ut talis proportio ſaltem unicum par habeat binariorum producentium, certò id erit indicio, hunc producentem proportionis binarium, partem eſſe quæſiti producentis unius, alterum verò binarium producentem, partem eſſe alterius quæſiti producentis producti dati. Sed ſi ſint producentes plures proportionis binarii & non duo tantùm (ut hìc) eò caſu, ignoratur eatenus, quinam ſint ii, qui partem conſtituant verorum producentium dati producti, id verò nil refert, ſemper enim progreſſus operationis deteget ecquis ſit verus, nimirum iſte, qui per omnes operationes, datum exemplum dividet ad æquate.

Operatio II^da^. Poſtquam hoc pacto per Oper. I^am^ noti fuerint omnes binarii producentes primò excerptæ *proportionis*, jam in hac ſecundâ operatione nobis propoſitum erit, integrum producti dati producentem invenire. In hunc finem ergo, obſervandus erit in jam inventis binariis producentibus, ille, qui potentia eſt maximus, ſive is ſit ſumtus ex columnâ D, ſive ipſi in eâdem lineâ reſpondens ex columnis C & F compoſitus, & collocatus in columna G, nempe $-3bc^3+7abbd$ & poſtea in producto initiò dato, conſidero terminos in proportione non contentos, & primùm quidem terminos diviſibiles per terminum $-3bc^3$ certa notula diſtingvo, & deinde diviſibiles per terminum $7abbd$ alia notà deſigno, in noſtro autem exemplo priores ſunt hi tres; $-24bc^5d$ $+27abbc^3d-9bbc^4d$, & poſteriores ſunt hi quatuor; $-63aab^3dd$ $+28ab^5d+56abbccdd+11ab^3cdd$. Nunc verò ex utrisque, novum par terminorum, rationem priori ſimilem conſtituentium quærendum eſt, ſumendo unum terminum ex diviſibilibus per $-3bc^3$, & alterum ex diviſibilibus per $7abbd$, quod facile præſtabitur, ſi ex prioribus unus, & ex poſterioribus tentando excerpantur, qui rationem inter ſe habeant quam C ſeu $-3bc^3$ ad F ſeu $7abbd$. Reperientur autem eſſe ex prioribus $27abbc^3d$, ex poſterioribus verò $-63aab^3dd$, ſunt enim inter ſe ut C ad F. Hi jam termini $27abbc^3d-63aab^3dd$ quæſitum par conſtituent, ut & hi $-24bc^5d+56abbccdd$.

Tot igitur ejuſmodi paria terminorum invenio, quot ex producto dato excerpi poſſunt, eaque ordine exhibeo, ut ſubjecta tabella oſtendit, in quà prima duo paria, conſtituunt proportionem noſtram primò excerptam, poſitis ad marginem ſingularum parium quotientibus, qui prodeunt, dividendo eorum

	$15abc^3dd - 35aabbd^3$	$-5add$
	$-18bbc^5 + 42ab^3ccd$	$6bcc$
	$27abbc^3d - 63aab^3dd$	$-9abd$
	$-24bc^5d + 56abbccdd$	$8ccd$
§	$-9bbc^4d + 21ab^3cdd$	$3bcd$
§	$-12b^4c^3 + 28ab^5d$	$4b^3$

quodlibet, per $-3bc^3 + 7abbd = C + F$.

Excerptis jam omnibus paribus ſine difficultate ſuccedentibus, putà primis quatuor tabellæ appoſitæ, videndum, an aliqui termini inter bina notatorum terminorum genera reſtent, qui rationem hujusmodi componere non posſint. Cùm autem tot opus ſit paribus, quot ſunt termini in quæſitô producente, ideò numerus inventorum parium comparetur cum numero terminorum omnium producti dati, & diſpiciatur num hic illius ſit multiplex, quod ſemper continget, quoties abfuerint termini aboliti & concreti. Nunc itaque nonnulla ſagacitas & attentio venit adhibenda ad limitandum nempe & conjiciendum, an omnia jam detecta ſint terminorum paria ſeu rationes, hoc enim ſolum fieri poteſt, comparando multitudinem terminorum producti dati, cum multitudine detectorum parium, & diſpiciendo, utrum hæc multitudo illius ſit multiplex. Per hanc comparationem apparebit, num multitudo terminorum producti dividi posſit per multitudinem parium, hoc enim cùm ſuccedit, talem producentis ſuppoſitionem eſſe bonam ſuſpicandum erit, eaque in Regulæ progreſſu mox probabitur; Cùm autem multitudo hæc terminorum producti per multitudinem excerptorum parium dividi nequiverit, locus erit conjiciendi, fuiſſe in producto & ſpeciatim in terminis ejus annotatis, nonnullos terminos deſtructos aut concretos, Præterea alius etiam locus eſt conjiciendi & detegendi terminum concretum aut deſtructum, putà hic; ad formanda paria quandoque ſunt neceſſariæ Regulæ aureæ,

iſtæ

iſtæ verò cùm reddent pro reſponſo terminum in producto ſaltem literis tenus præſentem, concretum hunc eſſe in producto aperient, ſi verò reſponſum dictæ Regulæ aureæ terminus ſit in producto plane abſens, fas erit conjicere, terminum eum fuiſſe in producto deſtructum, cujus ſaltem ſuſpicionis, poſtea certitudo plena aliunde eruetur; hinc quisque ſe proprio Marte expediat neceſſum eſt, obſervando ſcilicet ſemper, poſitiones quas neceſſario debet habere productum, pro variâ producentis hypotheſi, & hâc conjecturâ nobis hîc in exemplo noſtro utendum nunc eſt.

Nam adhuc ſupereſt in terminis producti annotatis & diviſibilibus per $-3bc^3 = C$ terminus unus $-9bbc^4$, conſidero jam productum conſtare terminis quindecim, & cùm paria detecta hactenus ſint ſaltem quatuor, nempe paria duo primæ noſtræ proportionis, & præter ea, alia duo poſtremò detecta, quatuor autem non dividat quindecim adæquate, hinc conjicio, in producto fuiſſe terminum vel concretum vel abolitum, quod modo eruetur, quærendo denuo aliud terminorum par ope Regulæ proportionis. Tento itaque, an cum termino reſiduo ex prioribus notatis $-9bbc^4$ poſſit formari verum par, ita; Ut $-3bc^3$ eſt ad $7abbd$, ita ſe habet $-9bbc^4d$ ad quæſitum; reſponſum Regulæ aureæ eſt $+21ab^3cdd$, qui terminus in producto, ſaltem quoad literas reperitur, quare hinc jure conjici debet, producti terminum $11ab^3cdd$ easdem habentem literas cum reſponſo $21ab^3cdd$, eſſe concretum; Idcirco hunc $11ab^3cdd$ examino juxta Regulam terminorum concretorum infra deſcriptam, ut mihi conſtet, num verè ſit concretus. At juxta Regulam iſtam debet literarum hujus termini quadratum aab^6ccd^4 produci poſſe per duos terminos producti, qui duo, nuncupentur *par characteriſticum*, & hoc ſuccedit cum his producti terminis $6b^4ccd - 35aabbd^3$; Nunc ut hunc terminum $11ab^3cdd$ divellamus in priores duos, quorum tenet locum, ideò, quia iſte $+21ab^3cdd$, quem aperuit Regula proportionis, amborum eſt alteruter, terminus $+21ab^3cdd$, putà Regulæ reſponſum, erit tollendus à concretô $11ab^3cdd$, & reſiduum $-10ab^3cdd$ erit altera pars divulſionis, cujus hic eſt index, quod nimirum divulſi hi duo $+21abc^3dd$ $-10ab^3cdd$ ſunt termini medii (vel extremi) veræ proportionis, cujus par hoc terminorum *characteriſticum*, $6b^4ccd - 35aabbd^3$ eſſent extremi (vel medii, ſi illi extremi.) Divulſo nunc hoc termino $11ab^3cdd$, ad Regulam generalem revertamur, & invenimus hoc par terminorum

$-9bbc^4d$

$-9bbc^4d+21ab^3cdd$ in ratione C ad F, quod itaque etiam in Tabella parium detectorum colloco, ſed cum notâ §, ad deſignandum, in hoc terminorum pari alterutrum fuiſſe concretum, & ad illud par diſtinguendum à cæteris detectis paribus, quæ ſcilicet absque difficultate ſucceſſerunt. Jam denuo revertor ad conjecturas, & conſidero, quòd cùm terminus concretus abſentem faciat terminum unum, debuerit productum habere ad minimum 16 terminos, & cùm notæ ſint rationes ſive paria 5, numerum verò 16 non dividat 5, oportebit adhuc tentare, utrum aliud par inveniri poſſit, ope reliqui termini $28ab^5d$ diviſibilis per F $= 7abbd$, adhibendo rurſus Regulam auream, ubi quæritur terminus qui ſit ad $28ab^5d$ ut $-3bc^3$ ad $7abbd$, is terminus quæſitus erit $-12b^4c^3$, cùm plane non reperiatur in producto, abolitum fuiſſe neceſſe eſt. Hoc igitur ut conſtet, conſulo infra Regulam de terminis abolitis. Primò quæro in producto ejus *par characteriſticum*, $8b^6c-18bbc^5$, id eſt, binos terminos, quorum productum reddat $-144b^8c^6$ quadratum negativum reſponſi hujus Regulæ $-12b^4c^3$; ergo & hoc par $-12b^4c^3+28ab^5d$ revera ſpectat ad formandas poſitiones binas, & propterea debet collocari in Tabella, cum adjectâ notulâ § indicio nempe, alterutrum eorum fuiſſe abolitum. Tandem revertor ad Regulam generalem & ſic arguo; cùm terminus deſtructus abſentes faciat duos terminos in meris ſignis differentes, hos putà $12b^4c^3-12b^4c^3$ ſequitur ergo, productum noſtrum conſtitiſſe terminis 18, ex quò jam 6 paria ſunt extracta; & proinde, ut dictum eſt ſupra, deberet habere producentem 6 terminorum, cum quia plura hic paria non dantur, tum etiam, quia numerum 18 dividit 6; an autem veriſimilis iſta producentis hypotheſis etiam ſit vera, mox in progreſſu operationis fiet manifeſtum. Nunc denique apertis cunctis paribus, ad claudendam hanc II^dam operationem dividendum eſt quodlibet par detectorum terminorum per $-3bc^3+7abbd$ & ſinguli quotientes unitermini uniuscujusque paris, debent in ſchemate 2do apponi, quisque in directum cum reſpondente ſuo pari terminorum, addantur hi omnes quotientes, & habebitur ità producens integer dati producti, & quidem potentiâ inferior, nempe hic, $-5add+6bcc-9abd+3bcd+4b^3+8ccd$. Hic etiam plerumque locus eſt, inter plures primæ *proportionis* producentes binarios, eum determinandi, qui vere eſt pars producentis quæſiti, nempe ille erit, qui haſce omnes rationes dividet adæquate, hunc verò binarium producentem primæ *proportionis* C+F non ſemper eſſe poten-

potentia elatiſſimum res ipſa clamat, interim tota hæc ſecunda Operatio plerumque quidem, non tamen ſemper, ſufficit ad verum C+F determinandum; nam ut vel in hoc exemplo patet, tertia demum operatione determinatur, quoniam hoc loco evenit, ut hactenus detecta paria cuncta dividi poſſint per plures C+F, nempe tam per $-3bc^3+7abbd$ quam per $-3c^3+7abd$ quare hoc in exemplo, verus non deſignabitur, niſi plane ſub Regulæ finem.

Operatio III$^{tia.}$ Eò tendit ut & alter producens detegatur integer cujus jam duo noti ſunt termini, nimirum iſte C+F, qui cuncta terminorum paria diviſit. Ut itaque exemplum noſtrum abſolvamus, eôque ipsô inſimul Regulam hanc & claudamus & illuſtremus, attendo, me producentis incompleti jam noſſe duos terminos C+F, ſub initium ſtatim in columna G poſitos, cùm verò totus conſtet tribus terminis, quoniam productum 18 habet terminos, & alter producens ſex; ita ut unicus duntaxat terminus ipſi deſit, quare etiam termini ſuperſtites unicam & ultimam poſitionem detecti producentis debent conſtituere, quod reipſa quadrat, nam reliqui omnes termini reſtantes ſunt ſex, alter nempe ex deſtructis $+12b^4c^3$, alter concretus $-10ab^3cdd$, & quatuor hi reſidui $6b^4ccd+8b^6c-18ab^4cd+16b^3c^3d$, cùm conſtituere debeant veram atque ultimam poſitionem, debent dividi poſſe per inventum producentem $-9bad+8ccd+3bcd+4b^3-5add+6bcc$ & quotientem debent reddere uniterminum, qui revera eſt $2b^3c$, quem itaque jungo cum C+F $= -3bc^3+7abbd$ ergo alter producens integer hic erit $-3bc^3+7abbd+2b^3c$ & habetur quæſitum, duo ſcilicet producentes, quorum multiplicatione prodit datus productus. Si verò diviſio accurate non ſucceſſiſſet, indicio id foret, propoſitum productum diviſibilem non eſſe. Qui multiplicationem Algebraïcam, ejusque poſitiones probe perpendet & dignoſcet, ei ultro fiet planum, in hâc tertiâ Operatione, multitudinem terminorum reſiduorum (ablatis nempe cunctis hisce terminorum paribus) debere eſſe multiplicem multitudinis terminorum detecti producentis, namque ſemper debent ibi ſupereſſe tot ejusdem producentis poſitiones quot alteri producenti deficiunt termini. Si productus eſſet adeo prolixus, ut poſt II^{dam} Operationem, id eſt, ablatis omnibus paribus terminorum adhuc mediocris terminorum copia, & plures extent poſitiones; tunc modô eôdem, quô ſub initium Regulæ,

procedendum veniet, & per novam *proportionem* denuò excerptam, reliqui termini alterius producentis reperientur, idque quidem longe facilius quàm initiò, jam enim notus fuerit unus producens, & plerumque nota etiam erit multitudo terminorum quos habere debet producens, cujus duo tantum termini hactenus ſunt detecti, (ni denuo ſefellerit quis terminus concretus aut abolitus,) nam ut vel ex exemplo noſtro patet, notum jam eſt, productum conſtare debuiſſe ex 18 terminis, & producentem habere terminos 6, unde liquet alterius multitudinem eô ipſo pateſieri, & quidem tribus terminis conſtare. At cùm minus frequenter producta occurrant adeo prolixa, plerumque continget, ut poſt inventum unum producentem integrum, vix duæ vel tres ipſius poſitiones ſuperſint in producto, hæ verò per ipſum dividi debent, & quælibet poſitio pro quotiente dabit unum terminum, qui jungi debent cum C+F, ut ſcilicet alter ille producens abſolvatur, idque toties debet repeti, donec omnes poſitiones integri producti dati fuerint abſolutæ, & ita productus adæquate diviſus. Sed adhuc eſt notandum, quô pactô poſſint è datô productо extrahi & dignoſci termini illi, qui novam poſitionem conſtituant detecti producentis, hôc plerumque artificiô res expedietur; Quia, ut jam dictum, integra poſitio producentis quotientem reddit uniterminum, ſeligendus erit in producente integro, terminus ille, in quo occurrit litera vel rarior vel ad maximam potentiam evecta, & cum exiſtant termini pauci, in reliquis producti dati terminis quos ille dividat, ſæpe mox primâ fronte dignoſcetur in producto, aliquis novæ poſitionis terminus, cujus beneficiô obtinebitur quotiens ille uniterminus novæ poſitionis petitæ, dividendo ſcilicet producti terminum qui diviſibilis eſt per terminum producentis in quo litera rarior vel elatior occurrit, & ſimul ac habetur quotiens ille uniterminus petitæ poſitionis, ſtatim etiam extrahetur è producto facili negotio integra poſitio quæſita hoc modô; ſaltem multiplicetur inventus ptoducens per hunc uniterminum quotientem, & prodibit eô ipſô, extraheturque poſitio quæſita & accurate & adæquate.

Notanda.

ETſi primus producentis terminus ſecundùm Regulam numero affectus ſit ad libitum ſumto, id tamen non refert; cùm idem faciat *6a* in *2b*, quod *12a* in *b*. 2. Cùm

2. Cùm etiam ſecundùm Regulam, ſignum primi termini producentis ſumi ad lubitum poſſit, accidere poterit, ut producentis utriusque ſingula ſigna ſint contraria iis, quæ initiò ante multiplicationem habebant, ſed nec hoc refert.

3. Si productum datum terminos habeat heterogeneos, ſeu diverſæ potentiæ, poterit unitas exprimi per literam, & ejus ope dimenſiones terminorum æquabuntur.

4. Si productum proponatur cum fractionibus literalibus, ante operationem formandus erit terminus ex producto cunctorum denominatorum literalium compoſitus, hic communis omnium terminorum erit denominator, & per hunc multiplicandus erit integer productus propoſitus, deinde ſublatis ita omnibus fractis, quærentur producentes juxta Regulam, qui prodibunt non vere quæſiti erunt, quia absque fractis erunt, ſed inde eruentur, vel dividendo denuo alterutrum producentem per denominatorem communem (quô caſu, alter producens manebit absque fractis) vel dividendo producentem unum per diviſorem quemlibet denominatoris communis, & per quotientem hujus denominatoris communis, dividi oportebit alter producens; & hoc caſu, fracti literales occurrent in ambobus producentibus.

Regula divulſionis concreti termini ſimplicis, qua nempe terminus dati producti, qui duorum aliorum locum tenet, reſolvitur in duos eos priores.

CHaracter, quo certo poteſt agnoſci terminus concretus, hic eſt; Oportet reperiri in producto par terminorum, quorum productum debet eſſe, literis tenus, quadratum literarum termini hujus concreti, quare hos terminos voco *par characteriſticum*. Cum terminus concretus occurret in operatione Regulæ diviſorum, quandoque detegetur & divelletur per Regulam proportionis adhibendam in ſecunda Operatione ad colligenda terminorum paria, ut ſupra vidimus, ea enim horum unum detegit, ut nobis contigit, in dictæ Regulæ exemplo præcedenti, nam eo caſu, quod facile eſt intelligere, alter invenitur,

 ſub-

ſubtrahendo iſtum detectum, per proportionis Regulam, ab eo qui concretus eſt in producto, & tunc hi duo debent eſſe medii proportionis diſcretæ termini, quorum extremi debent eſſe *par characteriſticum*.

Quod ſi vero per Regulam auream ipſorum neuter detegatur, quod evenire poteſt, nam ſi datum productum eſſet trium ſaltem terminorum, ex. gr. $108b^4 - 143ccdd - 57bbcd$, oporteret ipſum conſtituere proportionem, in quâ coaluiſſent duo termini, tunc Regula opus eſt, quæ concretum indicet, & divellere doceat, ſicut hic $-57bbcd$, in hosce duos $-156bbcd + 99bbcd$. eſt divellendus, ut ſic productum vera fiat proportio, & tum ejus obtineri posſint producentes, qui in allato exemplo ſunt, alter $9bb - 13cd$, alter vero $12bb + 11cd$. Imò ſæpius, ubi primùm inſpexero productum, primâ mox fronte elucebit inter cœteros terminos concretus, ex eô, quod numero fuerit affectus præ cœteris magnô & complexô, quod & nobis, in exemplo quod ſtatim afferemus, continget, tunc autem ſequenti Regula divelli poterunt termini duo numeri iſtius concreti.

Regula. Productum numerorum *paris characteriſtici* à quadrato ſemisſis numeri concreti, ſublatis prorſus & neglectis ſignis ſubtrahito, (ſi ſigna *paris characteriſtici* fuerint eadem;) dictum vero productum eidem quadrato addendum erit, ſi contraria ſigna fuerint *paris characteriſtici*; ex hac vel ſummâ, vel differentia extrahe radicem quadratam, quæ ſemper erit rationalis, poſtea radicem hanc ſubtrahe & adde reſpectu ſemisſis numeri concreti, & duo numeri hinc prodeuntes, erunt quæſiti, ſignoque termini concreti uterque afficiendi, ſi ſigna *paris characteriſtici* eadem fuerint, hujus verò *paris* ſigna ſi contraria fuerint, ſolus numerus divulſus major ſignum ſervabit concreti, minor vero divulſus contrarium obtinebit ſignum.

Hic pro exemplo ſubjungemus productum cum fractis numeris, hi vero circa divulſionem, nullum aliud afferunt diſcrimen, niſi hoc, quod oporteat, priusquam divulſionis operatio incipiatur, tam numeris *paris characteriſtici*, quàm numero concreto communis dari denominator, & poſtea divulſionem inſtituere, cum numeratoribus, peractâque operatione divulſionis, numeris hiſce inventis ſupponendus denuo eſt communis denominator; Sit itaque propoſitum productum.

$\frac{5}{9}aab^4$

$\frac{5}{9}aab^4 + \frac{5}{8}aab^3c - \frac{15}{4}aabc^3 + \frac{2}{3}ac^5 + \frac{5}{7}ab^3cc - \frac{698}{189}abc^4 + \frac{16}{21}c^6 - \frac{10}{3}aabbcc.$

Hic evenit, quod modo dicebamus, nam primo ſtatim intuitu elucet terminus $-\frac{698}{189}abc^4$ quem ſuſpicor eſſe concretum, ſolummodo ob ipſius numerum $\frac{698}{189}$, cœteris longe complexiorem atque eminentiorem; hac fretus ſuſpicione, ipſum examino juxta Regulam, & *par* terminorum *characteriſticum* quæro, quod invenio eſſe, binos hosce producti terminos $\frac{16}{21}c^6 - \frac{10}{3}aabbcc$, quorum ex ſe invicem productum literis tenus $aabbc^8$, quadratum eſt literarum concreti abc^4, quare ad ipſius divulſionem operemur juxta Regulam; ſed quia fracti ſunt numeri $\frac{16}{21}, -\frac{10}{3}, -\frac{698}{189}$, debet ipſis ante omnia communis dari denominator, ergo horum loco utemur numeratoribus qui ſunt in his fractionibus, $\frac{144}{189}, -\frac{630}{189}, -\frac{698}{189}$, omisſis prorſus & neglectis eorum ſignis. Nunc porro ſumo numeratorum *paris characteriſtici* 144 & 630 productum 90720, quod cum 121801, quadrato nempe dimidii concreti 349 addo, quia contraria ſunt ſigna *paris characteriſtici* $\frac{16}{21}c^6, -\frac{10}{3}aabbcc$, & ex ſumma 212521 extraho radicem quadratam 461, hanc autem radicem addo cum ſemiſſe concreti 349, & ſumma 810 eſt divulſus numerus quæſitus major, qui ſervare debet concreti ſignum -810, eorundem verò 461 & 349 differentia eſt 112, qui erit divulſus minor, qui ſignum obtinet non idem cum concreto ſed contrarium $+112$, quia contraria erant ſigna *paris characteriſtici*, & ſic habeo divulſum utrumque numeratorem $-810 + 112$: ſuppono denuo communem denominatorem 189, & tandem quæſitos obtineo numeros divulſos $-\frac{810}{189} = -\frac{30}{7}$, & $+\frac{112}{189} = +\frac{16}{27}$, ergo terminus producti $-\frac{698}{189}abc^4$, horum duorum loco fuit poſitus $-\frac{30}{7}abc^4 + \frac{16}{27}abc^4$.

Nunc redeo ad diviſorum Regulam, & video conſtitiſſe productum terminis novem, cum ante divulſionem octo habuerit, & ex producto hos extraho quatuor terminos proportionales.

 $\frac{5}{9}ab^3cc$

$$\tfrac{5}{9}ab^3cc - \tfrac{10}{3}abc^4$$

$$\tfrac{5}{8}aab^3c - \tfrac{15}{4}aabc^3 + \tfrac{5}{9}aab^4 - \tfrac{10}{3}aabbcc$$

C	D	E
$\frac{5}{9}abcc + \frac{5}{8}aabc$	$bb - 6cc$	$\frac{5}{9}aabb$
§ a	§ $ab^3c - 6aabc^3$	
§ b	§ $aabbc - 6aac^3$	
o c	$aab^3 - 6aabcc$	$\frac{5}{9}b$
§ aa	§ $b^3c - 6bc^3$	
§ ab	§ $abbc - 6ac^3$	
$\frac{5}{9}cc + \frac{5}{8}ac$	$ab^3 - 6abcc$	$\frac{5}{9}ab$
o bc	$aabb - 6aacc$	$\frac{5}{9}bb$
$\frac{5}{9}acc + \frac{5}{8}aac$	$b^3 - 6bcc$	$\frac{5}{9}aab$
§ aab	§ $bbc - 6bc^3$	
$\frac{5}{9}bcc + \frac{5}{8}abc$	$abb - 6acc$	$\frac{5}{9}abb$

Hujus proportionis producens binarius elatiſſimus C + E eſt $+\frac{5}{8}aabc + \frac{5}{9}aabb$ & in columna C diſpono omnes diviſores termini $C = +\frac{5}{8}aabc$, ut cum his operer ad inveniendos reſpondentes terminos columnæ E, ſicut factum cum termino $+\frac{5}{8}aabc$, ad inveniendum $E = \frac{5}{9}aabb$, ut detegantur omnes proportionis producentes binarii, & reperiuntur iſti 12 diviſores proportionis binarii; nempe produci poteſt per ſex diverſos C + E ductos quiſque in reſpondentem ſuum D, ita;

	C + E		D
producitur per	$+\frac{5}{8}aabc + \frac{5}{9}aabb$	in	$bb - 6cc$
	$+\frac{5}{8}c + \frac{5}{9}b$		$aab^3 - 6aabcc$
	$+\frac{5}{8}ac + \frac{5}{9}ab$		$ab^3 - 6abcc$
	$+\frac{5}{8}bc + \frac{5}{9}bb$		$aabb - 6aacc$
	$+\frac{5}{8}aac + \frac{5}{9}aab$		$b^3 - 6bcc$
	$+\frac{5}{8}abc + \frac{5}{9}abb$		$abb - 6acc$

Nunc

Nunc in his omnibus determinabitur qui vere ſpectat ad producti producentes per operationis progreſſum ; ſed produci nequeunt novem termini , quin uterque producens tribus conſtet terminis , quare etiam tria terminorum paria extrahi poſſe debent in producto , quæ ſint in eâdem ratione ; & cùm in proportione jam paria duo terminorum extent in ratione bb ad $-6cc$, id eſt primi ad ſecundum terminum proportionis, ſaltem unicum terminorum par reſtat quærendum in ratione bb ad $-6cc$, hoc autem eſt $\frac{5}{7}ab^3cc - \frac{30}{7}abc^4$; & præter illud nullum aliud par terminorum invenitur, quare hoc dividere tento per proportionis producentem $bb-6cc$ & per reliquos quinque qui ſunt in eâdem cum ipſo columnâ D, & ſingulorum quotientem uniterminum in eâdem lineâ colloco ad lævam ſub columna C, tunc video inter ſex iſtos modo quatuor dividere poſſe hoc terminorum par; nempe $bb-6cc$; $ab^3-6abcc$; b^3-6bcc; & $abb-6acc$.

Quare nunc demum in quatuor hiſce producentibus binariis proportionis debet eſſe verus, & cùm quilibet horum dividat tria paria, quotientem quiſque dabit trium terminorum, quorum duo termini ſub columna C & tertius in directum ſub columna E diſpoſita ſunt; nunc itaque producens verus & quæſitus unus eſſe debet ex his quatuor, quis verò ille ſit, mox aperietur; ſuperſunt in producto iſti tres termini, $\frac{16}{27}abc^4 + \frac{16}{21}c^6 + \frac{2}{3}ac^5$, qui hujus integri producentis veram & ultimam poſitionem debent conſtituere, & tunc demum videbimus, quis inter quatuor illos ſit verus producens, nempe vel $\frac{5}{7}abcc + \frac{5}{8}aabc + \frac{5}{9}aabb$; vel $\frac{5}{7}cc + \frac{5}{8}ac + \frac{5}{9}ab$; vel $\frac{5}{7}acc + \frac{5}{8}aac + \frac{5}{9}aab$; vel $\frac{5}{7}bcc + \frac{5}{8}abc + \frac{5}{9}abb$; nam poſitionem hanc ultimam $\frac{16}{27}abc^4 + \frac{16}{21}c^6 + \frac{2}{3}ac^5$ dividere poteſt ſolus iſte $\frac{5}{7}cc + \frac{5}{8}ac + \frac{5}{9}ab$, & quotum reddit uniterminum $\frac{16}{15}c^4$, qui addi debet cum producente binario in eâdem linea collocato in columnâ D, $ab^3-6abcc$, & ſic alter producens integer erit, $ab^3-6abcc+\frac{16}{15}c^4$, reſolutus itaque eſt productus.

Nunc poſt diſſolutum productum, revertamur ad hanc divulſionis Regulam ut ejus operationis ratio intelligatur; & hunc in finem eſt animadvertendum, quæ ſit origo termini concreti. Cuivis eſt in propatulo, binos

binos terminos producentium, quales eſſent ex. gr. 6 A C & 5 B qui produxerint unum terminum concreſcentem 30 A B C diverſos eſſe à duobus illis terminis producentium —9 B C & 7 A qui produxerint alterum, coaleſcentem —63 A B C, hinc ſequitur, ad formationem termini concreti ſemper binos terminos ex utroque producente ad id contuliſſe atque contribuiſſe; At jam ſupra diximus, binos terminos producentis unius 6 A C—9 B C ductos in binos terminos alterius producentis 5 B ✝ 7 A productum formare quatuor terminorum proportionalium; 30 A B C —45 B B C ✝ 42 A A C—63 A B C; ubi liquet, ejus proportionis terminos extremos in unam ſummam —33 A B C cogi poſſe, & inde conſequitur, eorundem productum æquale eſſe producto mediorum terminorum, & eâ de cauſa hos terminos medios, qui ſunt, quos nuncupavi *par characteriſticum* neceſſariò in producto eſſe inveniendos, & hinc inſimul eſt evidens, productum hujus *paris characteriſtici* quoad literas neceſſario fore quadratum literarum concreti termini; & productum ejusdem *paris*, quoad numeros, ſemper fore æquale producto numerorum divulſorum; adhæc notum eſt etiam, termini concreti numerum eſſe, vel ſummam vel differentiam eorundem divulſorum; ſummam quidem, ſi eadem ſigna habuerint termini illi divellendi antequam in unum coirent, i. e. ſi *par characteriſticum* eadem ſigna habuerit; concretus autem ille differentiam duorum numerorum divulſorum referet, ſi nempe ipſi, qui concrevêre numeri, contraria ſigna habuerint.* Hinc cuilibet erit obvium, quæſtionem, de divellendo termino ita concreto per numerorum ſubtractionem ob contraria ſigna evidenter redire ad ſequens Problema.

Datis duorum numerorum differentia (ea enim eſt ipſe numerus concretus,) *& eorundem producto* (id autem eſt productum numerorum *paris characteriſtici*,) *quemlibet horum invenire ſeorſim?*

Productum vocetur c; data differentia $2a$, ignota ſumma $2z$, ergo major numerus quæſitus erit $a + z$, minor autem $z - a$; productum ergo eorum $zz - aa = c$; & $z = \sqrt{aa + c}$; majoritaque eſt $a + \sqrt{[aa + c]}$; minor $-a + \sqrt{[aa + c]}$. Quæ formula idipſum, quod divulſionis Regula, præſcribit. Simili ratione liquet, quæſtionem, de divellendo termino ſeu numero per additionem concreto, ob eadem ſigna, redire ad Problema de datis duorum numerorum *ſumma & producto*, quod modô

fere

ſere per omnia eòdem ſolutum, oſtendet, ſi productum ſit c; ſumma data $2a$, & ignota differentia $2z$, majorem numerum fore $a+\surd[aa-c]$, minorem $a-\surd[aa-c]$ quæ formula etiam idipſum præſcribit, quod divulſionis Regula. Q. E. D.

Regula, pro reſtituendis terminis abolitis ſimplicibus; i. e. iis producti terminis, qui ſeſe mutuo deſtruxerunt, quia in ſolis ſignis differebant.

IN producto deſtruunt ſeſe mutuo duo termini, quando ibidem occurrunt duo termini, qui in ſolis ſignis differebant, quare abſentiam in producto faciunt duorum terminorum, & cùm plane non appareant, in operatione Regulæ diviſorum detegentur ipſi ſemper, in alterutrâ duarum iſtarum occaſionum; vel in II[da] Operat. in colligendis cunctis terminorum paribus, nam Regula aurea pro reſponſo dabit unum ex his abolitis; vel in tertia Operat. poſt detecta paria cuncta, termini in producto ſuperſtites non ſufficient ad perficiendum alterum producentem;

Nunc verò, quandoquidem origo termini deſtructi eadem ferme eſt quæ concreti, ſcilicet hæc; bini termini ex utrôque producente concurrunt ad ipſius formationem; ſed bini termini hujus producentis ducti in binos illius terminos, producent proportionem quatuor terminorum, quorum extremi duo (vel medii) ſe invicem deſtruent; ſi verò iſti extremi, ſeſe mutuo tollentes multiplicentur unà, dabunt quadratum terminum negativum, ſed mediorum productum eundem debet reddere terminum, unde facile colligitur, hunc ſemper dari characterem termini aboliti.

Reperiri debet in producto par terminorum *characteriſticum*, quorum productum debet terminum reddere negativum, quadratum tam quoad numeros quàm quoad literas, quare ad reſolutionem ſeu reſtitutionem talis termini deſtructi, ſaltem ex producto *paris characteriſtici* extrahenda eſt radix tam literarum quàm numerorum, & iſta radix affecta ſignis utriſque + & —, reſtituet in producto duos quæſitos terminos deſtru-

 ctos,

ctos, vel ſi terminum deſtructum reſtituerit Regula aurea, adhibita ad formanda paria terminorum in II[da] Oper. Regulæ diviſorum, tunc ipſe jam erit unus ex deſtructis, & mutato ſaltem ſigno, alter etiam detegetur, & *paris characteriſtici* productum debet producere quadratum negativum termini per Regulam proportionis inventi, ſed eò caſu, par *characteriſticum* ſolummodo quæretur ad indicium & quaſi pignus, quòd terminus, quem reddidit Regula proportionis, vere fuerit deſtructus; hujus Regulæ parvulum exemplum hic ſubjungemus.

$$56ac^3 + 24abbc + 8b^4 + 28bc^3 + 12b^3c - 32aabb.$$

Hinc extraho proportionem hanc $24abbc + 12b^3c + 56ac^3 + 28bc^3$ quæ produci debuit per hos producentes binarios $8ac + 4bc$ & $7cc + 3bb$, ſive per hos $8a + 4b$ & $7c^3 + 3bbc$, poſtea ſic conjicio; ſi productum hoc, 6 terminis conſtans eſſet completum, producens alter duos terminos; alter vero tres haberet, & ſecundùm hanc hypotheſin oporteret modò ut duo termini reſidui $8b^4 - 32aabb$ dividi poſſent per aliquem producentium binariorum, hoc verò non ſuccedere vel ſola ſigna indicant, propterea hinc legitime infero, in producto eſſe terminum abolitum, non concretum, nam ſi concretus quis adeſſet, productum habuiſſet 7 terminos, qui numerus cùm ſit primus, nullam admitteret producentium hypotheſin, ſed ſi affuerit deſtructus, cùm is abſentes faciat duos terminos, productum tunc habuiſſet 8 terminos, & fuiſſent producentes, alter duorum terminorum, alter quatuor; quare hujus *par characteriſticum* quæro, & invenio hos $8b^4 - 32aabb$, quorum productum $- 256aab^5$ revera eſt negativum quadratum tam quoad numeros quàm quoad literas, hinc igitur extracta radix $+16ab^3$, $-16ab^3$ & poſitiva & negativa reſtituet duos in producto terminos, & revera video terminos nunc reliquos quatuor, formare duo hæc paria terminorum $16ab^3 + 8b^4$ & $-32aabb - 16ab^3$ quæ ſunt in ratione I[mi] ad II[dum] terminum proportionis, i.e. in ratione hujus binarii producentis $8ac + 4bc$ aut hujus $8a + 4b$; inter hos verò duos binarios producentes hic ſolus $8a + 4b$ binas ſuas rationes dividere poteſt, unde video, alterum producentem integrum eſſe $8a + 4b$, alterum verò $7c^3 + 3bbc + 2b^3 - 4abb$; & ſic reſolutum eſt datum productum.

Pro-

Pro terminis producti dupliciter concretis.

RESolutio terminorum concretorum & abolitorum ſimplicium neceſſaria eſt, uſus enim ipſarum in Regula diviſorum plurimus eſt & frequens, cùm ejusmodi termini in productis ſæpius occurrant, & in his fere acquieſcere poſſemus. Sed ne quid huic Regulæ deſit, & ad veros ipſius limites quaſi deſignandos, notandum adhuc eſt, fieri quandoque poſſe, ut non ſolum (quod vulgò evenit) in producto duo termini cöeant in unum, ſeu ſeſe deſtruant, ſed, quod rarius, ut tres termini in unum coaleſcant, ſeu coäleſcendo ſeſe deſtruant, ſed hic caſus cùm ſit rariſſimus, tam dupliciter concretorum quâm dupliciter deſtructorum, ſaltem pro divulſionibus & reſtitutionibus terminorum talium rariorum Regulas adduxiſſe ſuffecerit, namque ſi cuivis horum exemplum adjungeremus, & fuſius nos extenderèmus, tum in nimis amplum & tædioſum volumen excurreremus. Hic igitur primò afferemus Regulam divulſionis pro termino dupliciter concreto, cum ipſius ſimul ſynthetica explanatione.

Character quô dignoſcetur terminus in producto dupliciter concretus, ſeu trium aliorum locum tenens, hic eſt. Debent è producto poſſe extrahi tria diverſa paria terminorum *characteriſtica*, & ſingula parium iſtorum producta, quoad literas eſſe debent quadratum literarum termini concreti, ad hujus autem numeri divulſionem in tres qui fuere prius, erit operanda ſequens

Regula. Ex dictis tribus paribus *characteriſticis* ſumantur ad operationem, ſaltem duo quælibet paria; productum paris unius producto paris alterius jungatur, & ſumma iſtorum productorum mutato ejus ſigno ſubtrahatur Algebraïco modo de quadrato dimidii numeri concreti; ex hac differentia extrahatur quadrata radix, quæ prodibit rationalis, hæc radix eſt addenda & ſubtrahenda reſpectu dimidii numeri concreti, & duo qui prodibunt numeri erunt, alter unus ex tribus quæſitis divulſis, alter vero ſumma duorum aliorum divulſorum, qui ſeorſim habebuntur, ſi dividantur producta bina quæ dederunt *par* utrumque *characteriſticum* per detectum divulſum adæquatè, & hos tres numeros inventos vere eſſe divulſos inde apparebit, quia debet quodlibet *par*

characteriſticum eſſe extrema cujusdam proportionis diſcretæ, quorum media erunt numeri bini, alternative ſumti, ex tribus inventis divulſis.

Horum nunc omnium rationes ſic aperiemus. Supponamus producentis unius tres terminos fuiſſe hos; $6ab+2ac-3bc$, qui ducti fuerint in alterius tres hoſce $4c-3b+5a$; produxerunt hunc dupliciter concretum $3abc$, qui trium aliorum locum tenet, nimirum $24abc-15abc-6abc$, nam iſtud videbimus ſi ipſos ita ſub invicem diſponuerimus.

$$6ab+2ac-3bc$$
$$4c-3b+5a$$

Primo enim conſidero, productum binorum primorum terminorum producentis ſuperioris $6ab+2ac$ in binos ſibi inferiores $4c-3b$, mox cadit ſub oculos, productum $24abc$ termini primi ſuperioris $6ab$ ducti in ſuum inferiorem $4c$ coaleſcere cum producto $-6abc$ ſecundi ſuperioris $2ac$ in ſuum inferiorem $-3b$, & ad perficiendum plane productum duorum primorum ſuperiorum in binos ſuos inferiores, reſtat, ut per crucem multiplicetur primus ſuperior $6ab$ per ſecundum inferiorem $-3b$, & ſecundus ſuperior $2ac$ per primum inferiorem $4c$, hinc prodibit terminorum *par*, $-18abb+8acc$, quod nuncupamus *characteriſticum*, nam literarum ipſius productum $aabbcc$ eſt quadratum literarum concreti dupliciter $3abc$, adhæc etiam cum duobus coaleſcentibus $-6abc+24abc$ conſtituit diſcretam proportionem hanc $-18abb.-6abc::+24abc.+8acc$.

Pari ratione ſi ratiocinemur cum producto termini primi & tertii ſuperioris $6ab-3bc$, in ſuos inferiores $4c+5a$ quatuor reddent terminos proportionales hos, $30aab.+24abc::-15abc.-12bcc$ nempe ducendo quemque ſuperiorem in ſuum inferiorem prodeunt duo coaleſcentes $24abc-15abc$ & poſtea per crucem ducendo primum ſuperiorem in tertium inferiorem, & tertium ſuperiorem in primum inferiorem prodeunt hi duo $30aab-12bcc$ qui ſecundum conſtituunt *par characteriſticum*.

Poſtremo conſideretur eodem pacto productum termini ſecundi & tertii ſuperioris $2ac-3bc$ in ſuos inferiores, $-3b+5a$, erit illud rurſum alii qua-

quatuor termini proportionales, $9bbc . -6abc :: -15abc + 10aac$ ducendo enim quemque ſuperiorem in ſuum inferiorem habentur hi duo coaleſcentes $-6abc -15abc$, & poſtea per crucem ſecundus ſuperior in tertium inferiorem, & tertius ſuperior in ſecundum inferiorem producetur tertium hoc *par characteriſticum* $9bbc + 10aac$.

Intellecto nunc charactere atque origine dupliciter concreti inde mox etiam innoteſcet ratio divulſionis ipſorum, nam initium Regulæ jubet ſummam facere duorum productorum, factorum per duo quælibet *paria characteriſtica*, hæc vero ſumma eſt productum numeri divulſi unius per ſummam aliorum duorum, quod ſic patet, in tribus hiſce proportionibus, quas habuimus, conſideremus binas quaslibet, nempe has; $-18abb . -6abc :: +24abc + 8acc$ & $3aab + 24abc :: -15abc -12bcc$, liquet in prima proportione productum extremorum i. e. unius *paris characteriſtici* æquare productum mediorum i. e. divulſi $-6abc$ per hunc divulſum $24abc$; & in proportione altera, productum extremorum i. e. alterius *paris characteriſtici* æquat productum mediorum i. e. productum divulſi ejusdem $24abc$ per tertium $-15abc$, quare igitur evidens eſt, producta binorum *parium characteriſticorum* ſi addantur, æquare productum divulſi unius, $24abc$ per binos ſimul alios $-6abc -15abc = -21abc$, ſic ergo habetur notum productum divulſi unius per ſummam duorum aliorum, & nota etiam eſt ſumma hujus divulſi cum duobus aliis, hæc enim eſt numerus ipſe concretus producti, quare operando cum his datis ſecundum Regulam divulſionis ſimplicium concretorum, quæ ſupra, detegetur hic unus divulſus, & etiam ſumma duorum aliorum, atqui hoc ipſum eſt, quod jubet hæc Regula divulſionis, dupliciter concreti; demonſtrata itaque eſt integra hæc Regula.

Pro termino producti dupliciter abolito.

Nunc vero quod attinet ad terminum dupliciter abolitum, id eſt, admodum reſtituendi in producto tres terminos, qui in unum cöeundo, ſeſe mutuo ſuſtulerint obſervandum eſt, termini ejusmodi originem eſſe eandem quoad literas, quæ dupliciter concreti, & differre duntaxat in ſignorum numerorumque diſpoſitione; Servatis

enim prioris exempli literis, ſi ex. gr. $2ab + 5ac - 3bc$ ducatur in $8c - 2b + 2a$, patebit terminum abc ter productum, & qui omnes in exemplo præcedenti concreverant in hunc unum $8abc$, jam propter aliam ſignorum ejus atque numerorum diſpoſitionem abituros eſſe in tres iſtos $16abc - 10bca - 6abc$, ita comparatos ut concreſcendo ſeſe deſtruant; ad reſtituendos igitur tres terminos hoc pacto abolitos in producto ſequentia ſunt obſervanda.

Character quo agnoſcetur in producto abeſſe tres ejuſmodi terminos, hic eſt; Debent è producto poſſe excerpi tria terminorum *paria characteriſtica*, i.e. talia, quorum producta ſingula quoad literas reddant eundem terminum quadratum literalem, cujus quadrata radix dabit literas aboliti termini, & in tribus hiſce *paribus characteriſticis* ſemper erunt duo terminorum paria, quæ vel ſingula habebunt contraria ſigna, vel ſingula eadem, & his eſt utendum ad ſequentem Regulam pro eorundem numerorum reſtitutione.

Regula ad reſtituendos hoſce tres numeros, hæc eſt.

In utrôque *pari characteriſtico* ſignis contrariis affecto, fiat numerorum ejus productum, ex duobus iis productis utriusque *paris* fiat ſumma, ex iſta ſumma extrahatur radix quadrata, quæ ſemper erit rationalis, ea erit inter tres quæſitos numeros maximus, & ipſe ſuum ſignum ſibi ſoli habebit, poſtea ad duos detegendum reliquos, dividatur utrumque productum cujusvis paris per hunc inventum, & quotientes iſti bini, qui provenient rotundi, afficiendi quilibet ſunt ſignis priori contrariis, & erunt ipſi quæſiti.

Brevitati ſtudentes, in hac explicanda reſtitutionis Regula prolixi non morabimur, ipſa enim attento lectori mox pateſiet, quia character ipſius idem eſt cum charactere dupliciter concreti, cujus explicatio immediate præceſſit; hunc dupliciter deſtructum, & hæc Regula reſtitutionis mere pendet à characteris & formationis ipſius penitiſſima notitia.

Poſtremo nunc explicatis omnibus quæ ſpectant ad hanc diviſorum Regulam, veros ipſius limites ob oculos ponere non erit arduum, liquet enim,

enim, ad uſum hujus Regulæ oportere, ut in propoſito producto vel proportiones veræ ſint, vel reſtitui poſſint ad minimum, ſi per nimios terminos concretos aut deſtructos proportiones diſparuerint, aliàs enim res nullatenus ſucceſſerit. Atqui duorum generum producta occurrere poſſunt, in quibus proportiones non apparent ; Primum genus eorum eſt productorum, in quibus veræ quidem proportiones nullæ prorſus apparent, ob concretos ſeu abolitos terminos, at in quibus tamen ipſæ proportiones in producto denuo ſiſti poſſunt, quia termini omnes concreti divelli, omnesque aboliti reſtitui per ſupra dictas Regulas poſſunt, eo quod nempe, ipſorum *paria characteriſtica* inalterata manſere atque cum aliis nullis concreta. En tibi hujus generis productum ;

$$40aabb + 86aabc - 28abdd + 118abcd - 9aacc + 78acdd + 54accd - 48d^4 + 30cd^3 + 63ccdd.$$

Hoc in producto nulla prorſus occurrit nec extrahi poteſt proportio, at quia ibi *paria characteriſtica* manſere integra & inalterata, ſi per Regulam divulſionis ſimplicis ſupra explicatam, terminum $86aabc$ in hoſce duos $90aabc - 4aabc$ divulſeris, ope hujus *paris characteriſtici*, $40aabb - 9aacc$; & terminum $-28abdd$ in hoſce duos $-60abdd + 32abdd$, beneficio hujus *paris characteriſtici* ; $40aabb - 48d^4$; terminum verò $118abcd$ in hoſce $90abcd + 28abcd$, per hoc *par characteriſticum* ; $40aabb + 63ccdd$; & terminum $78acdd$ in hoſce $72acdd + 6acdd$ cum hoc *pari characteriſtico* ; $-9aacc - 48d^4$; & terminum $54accd$ in hoſce $63accd - 9accd$, ope hujus *paris characteriſtici* ; $63ccdd - 9aacc$; & denique terminum $30cd^3$ in hos $72cd^3 - 42cd^3$, per hoc *par characteriſticum* $63ccdd - 48d^4$. Tum tibi denuo productum ſiſtes tale ; — $40aabb + 90aabc - 4aabc - 60abdd + 32abdd + 90abcd + 28abcd - 9aacc + 72acdd + 6acdd + 63accd - 9accd - 48d^4 + 72cd^3 - 42cd^3 + 63ccdd$. E quo proportiones plurimis modis eruere, & juxta explicatam ſupra diviſorum Regulam producentes ejus invenire poteris, hoſce nimirum ; $10ab - ac + 8dd + 7cd$; & alterum $4ab + 9ac - 6dd + 9cd$. Ejuſque generis producta habebuntur, quotiescunque, ſicut hic evenit, uterque producens eodem terminorum numero, iisdemque gaudebit literis, & in ſolis ſignis numerisque diſcreparint.

Alterius autem generis etiam producta occurrere poſſunt, idque in æquationibus utplurimum uſu veniet, in quibus non ſolum proportiones termi-

terminorum nullæ apparent, ſed nec ullæ reſtitui in ipſis poſſunt, per Regulas noſtras divulſionum, eo quod ne vel ullum quidem *par characteriſticum* in iis manſerit intactum & inalteratum. Id autem continget, quotieſcunque tanta in producto fuerit concretorum, abolitorumve copia, ut in ipſis *paribus* terminorum *characteriſticis* fuerint concreti ſeu aboliti; eô caſu patet, divulſiones fieri non poſſe, quandoquidem tunc ſunt data nulla, imo poſſunt producta occurrere & formari, ex meris & concretis & deſtructis terminis conſtantia, & ita quaſi concatenata, ut prorſus nullæ inde poſſint extrahi proportiones nec ullum *par* terminorum *characteriſticum* poſſit haberi integrum & non alteratum, ex. gr. ducatur $a + b$ in $a^4 + a^3b + aabb + ab^3 + b^4$ productum hinc orietur cujus omnes termini, ſolis primo & ultimo exceptis, erunt concreti, ſi verò loco producentis $a + b$, ſumatur $a - b$, habebitur productum $a^5 - b^5$ nempe primus & ultimus producti terminus, quoniam reliqui tunc omnes ſeſe mutuo deſtruent; & producta ejus naturæ habebuntur, quotieſcunque producens alter conſtituet, quoad literas, ordinatam quamlibet potentiam alterius producentis binarii $a + b$; atque præterea, in hiſce producentibus ſigna & numeri tales poni poſſent, qui petitum numerum concretorum terminorum in producto ut & deſtructorum redderent. Denique, tantum ad qualiſcunque ſpeculationis hujus explicationem dixiſſe, opus duximus; Cæterum, etiamſi in ſuperioribus Miſcellaneis Berolinenſibus Anni 1710. Pag. 166. quædam de ipſius uſu delibata non fuiſſent, tamen nihil neceſſe eſſet uberiorem Regulæ illius uſum præſertim in intricatis Planorum Problematum Conſtructionibus, multis aperire, utpote quod perito cuivis Analyſtæ, imprimis γεωμετρῶντι per ſe palam fiet.

Neque minus utilem ad eundem ſcopum, ſcilicet pro elegantibus Problematum Conſtructionibus concinnandis, Regulam aliam plurimis jam retro annis detexi, quam vero fuſius jam explicare atque pertractare non vacat, quanti vero in Problematum Planorum Conſtructionibus illæ ſint compendii, fuſius, pluribusve exemplis hic probare non ſatagemus; omnium enim locô eſſe poſſint eæ Conſtructiones, quæ mox occurrent in ſubjecto, quod nobis ipſi propoſuimus, Problemate.

III. Pro-

III.

PROBLEMA GEOMETRICUM.

Datis poſitione tribus punctis, conſtruendum eſt Triangulum tale, ut tres rectæ, quæ à quovis ejus angulo in oppoſitum latus cadunt normales, ſeſe in punctorum datorum primô decuſſent; ſecundò etiam, ut tres rectæ quæ angulum quemque biſecant, ſeſe in datorum punctorum ſecundô decuſſent; denique ut tres rectæ quæ à quovis angulo ductæ oppoſita latera biſecant, ſeſe in dato tertio puncto decuſſent.

Rem tanquam factam ſupponendo in Figg. 1. & 2. ſint data tria puncta A, B, C, & quæſitum Triangulum ſit DEF ſcalenum Amblygonium ſeu Oxygonium, quò generalior evadat ſolutio; At primo ſtatim limine præmittenda nobis erunt Lemmata quædam, quorum beneficio præſtratâ ad ſolutionem faciliori viâ, nobis inde eluceſcat, quot & quales potisſimum adhibendæ veniant incognitæ, ut ſimplicisſimæ, quam Problema admittit ſolutionis compotes fiamus; ſit itaque Tab. III.

Lemma I. Figg. 1. & 2.

Datum punctum A interſectionis trium normalium eſt à latere maximo DE quæſiti △li DEF magis remotum quam neutrum aliorum datorum punctorum B vel C; ſecundò, punctum vero datum C interſectionis rectarum latera biſecantium, eſt ex datis tribus punctis proximum ad maximum latus DE quæſiti △li DEF. Fig. 1.

Demonſtratio.

I. Pars. Ut in Fig. 2. Caſus nimirum Amblygonii △li demonſtretur punctum A eſſe à maximo latere DE remotisſimum notaſſe ſuffecerit, quod notisſimum, ſcilicet in △lo Amblygonio tres rectas à quovis angulo in oppoſita ſibi latera normaliter cadentes ſeſe ſemper extra Tri-

angulum decuſſare, cum contrà datum punctum B, interſectionis rectarum angulos biſecantium, utpote per 4. quarti centrum circuli △lo quæſito inſcripti neceſſario intra illud Triangulum cadere debeat; ſimiliter datum C punctum interſectionis rectarum latera biſecantium intra Triangulum ſemper cadet; quandoquidem aliunde notum, hoc punctum eſſe centrum gravitatis ipſius Trianguli, adeoque liquet, in Amblygonio △lo punctum A ab latere maximo DE fore ſemper remotisſimum; Idem autem ut & de Oxygonio △lo Fig. 1. demonſtratum eamus, ductis ibidem rectis DA; EA; DB; EB; DC; EC; conſideretur modò, punctum A ſupra punctum B cadere debere, eò quod rectæ DA, EA ſemper ſupra rectas DB, EB cadent, hâc ſcilicet de causâ; Cum DE ponatur maximum △li DEF latus, erit etiam angulus ipſi oppoſitus DFE per 19. l. 1. omnium in illo △lo maximus, atqui cum angulus DFE ſit angulo FDE major, ipſius DFE complementum ad rectum nempe FEA, minus erit complemento alterius FDE nempe angulo DEA; quod ſi vero FEA angulus ſit minor DEA angulo, erit ergo EA ſita ſupra rectam EB quæ angulum FED biſecat; ſimili ratione à parte altera, cum DFE angulus ſit angulo FED major, erit illius complementum nempe FDA minus alterius complemento nempe angulo EDA; quod ſi vero angulus FDA ſit angulo EDA minor, erit ergo recta DA ſita ſupra rectam DB quæ angulum FDE biſecat; cùm itaque rectas DA, EA ſupra rectas DB, EB cadere ſit oſtenſum, liquet illarum interſectionem A fore à DE remotiorem, harum interſectione B; adeoque è punctis A, B, C punctum A eſſe remotisſimum ab latere DE ſequitur, etenim

II. Pars. Demonſtrare nos jubet, punctum C interſectionis rectarum latera biſecantium eſſe proximum ad latus maximum DE; Huic autem factum erit ſatis, dum oſtenſum fuerit in Figg. 1. & 2. illud punctum C propius accedere ad DE, puncto B; Eum ergo in finem demittendæ modo erunt à puncto illo C in quodvis △li DEF latus, normales CX, CY, CZ, ut & indidem verſus △li angulum quemque rectæ ducendæ CD, CE, CF. Jam enim, ſicut diximus modo eſſe aliunde notum, cum ſit punctum C centrum gravitatis △li DEF, ſequitur illud in tria æqualia diſpeſci △la CDE, CDF, CEF; nunc conſideretur, quod cum △lum CDE ſit △lo CDF æquale, per 15. ſexti, reciprocabunt illa baſes ſuas & altitudines, atque adeo erit DE. DF;; CZ. CX; at DE ponitur major

quam

quam DF, erit ergo & CZ major quàm CX; Cùm itaque in duobus △lis Rectangulis DCX, DCZ communi hypothenuſa DC gaudentibus, latus CZ excedat CX, angulus etiam ipſi CZ oppoſitus CDZ excedet angulum alteri CX oppoſitum CDX; adeoque rectam CD cadere oportet infra rectam DB, utpote angulum FDC biſecantem; Eodem prorſus pacto conſtabit & CE cadere infra BE, cùm enim ſint æqualia △la CED, CEF erit DE.EF::CY.CX, at DE excedere ponitur EF, ergo & CY excedet CX; cumque in △lis Rectang. ECY, ECX communem hypothenuſam EC habentibus, CY excedat CX, erit etiam angulus ipſi CY oppoſitus CEY, major angulo ipſi CX oppoſito CEX, quare & rectam EC oportebit cadere infra rectam EB, utpote angulum DEF biſecantem. Cum itaque rectas CD, CE infra BD, BE cadere ſit oſtenſum, erit harum interſectio C ad latus DE propior illarum interſectione B, atque ſic patet punctum A ab latere maximo DE ſemper fore remotisſimum, contra punctum C eidem lateri DE ſemper fore proximum. Q.E.D.

Corollarium I.

Qua ratione hic demonſtravimus interſectionem normalium A eſſe à latere △li DEF maximo DE remotisſimam, ſimili prorſus ratione, aſſumendo pro baſi △li DEF latus medium DF, poterit etiam demonſtrari, eadem premendo veſtigia; mutatis ſcilicet paucisſimis mutandis, interſectionem B rectarum angulos biſecantium à latere illo medio DE eſſe remotisſimam. Porro ex hoc Lemmate ſequitur in Figg. 1. & 2. interſectionem A normalium eſſe ad maximum angulum DFE propriorem quam ad neutrum angulorum reliquorum DEF, EDF; Præterea notare etiam convenit, in utrôque caſu Fig, 1. & 2. punctorum F & A quodlibet eſſe poſſe, & verticem anguli maximi, & interſectionem normalium; idque reciproçe, ſed reſpectu diverſorum Triangulorum DFE & DAE; Etenim ſi reſpectu Oxygonii △li DFE eſt F vertex anguli maximi, erit A pro eodem △lo DFE interſectio normalium; quod ſi vero A ſpectes tanquam verticem anguli maximi pro △lo Amblygonio DAE, erit tum pro eôdem, F interſectio normalium EQ, DW, GA.

Lemma II.

Punctum B interſectionis rectarum angulos biſecantium, ſemper cadet intra rectas FG & FH, quarum hæc maximum latus DE biſecat,

cat, illa verò in idem latus D E eſt normalis, & ſecundò, idem punctum B ſemper erit propius ad C quàm ad A.

Demonſtratio Figg. 1. & 2.

I. Pars. Per F & B recta ducatur F B T quæ maximum angulum D F E biſecet; cùm ſit demonſtrandum, rectam illam F T ſemper intra △lum G F H cadere, præſtabimus illud, oſtendendo primum, illam F T ſemper cadere ſupra majus ſegmentum G D, propter F G normalem, poſtmodum etiam, eandem F T cadere ſemper ſupra ipſius D E ſemiſſem illam H E, in quam normalis cadit F G, unde tandem ultro ſequetur propoſitum, nempe ipſam ergo F T cadere ſupra G H. Quia D F ponitur major quam E F, angulus illi D F oppoſitus D E F excedet angulum huic E F oppoſitum F D E, & cum angulus D E F excedat angulum F D E, erit illius complementum, nempe angulus E F G minor complemento alterius nimirum angulo D F G; Atqui ſi angulus E F G eſt minor angulo D F G, & recta F T totum D F E angulum biſecat, debet ergo illa F T cadere intra angulum D F G, adeoque ſupra majus ſegmentum G D. Porrò, F H facit H D æqualem H E, & F T facit per 3. ſexti D F. E F : : D T. E T, ſed D F major ponitur quam E F, ergo & D T excedet E T, adeoque F T cadit ſupra H E ſemiſſem D E illam, in quam cadit normalis F G; cùm itaque F B T cadat & in H E & in G D, cadet ergo illa in partem ipſis communem G H, id eſt intra rectas F G & F H. Q. E. P.

II. Pars. Vide Figg. 1. & 2. Ut oſtendatur B ſemper propius fore ad C quàm ad A, cùm B D, B E biſecent angulos F D E, F E D oſtendere ſuffecerit, rectam C D propiorem eſſe ad B D quàm A D, eò quod C D faciat angulos C D E, C D F qui magis ad æqualitatem accedunt, quàm quidem bini anguli A D E, A D F quos A D facit, ut & pariter C E propiorem eſſe ad B E quàm A E, eò quod etiam faciat C E angulos C E D, C E F qui magis ad æqualitatem accedunt quàm anguli A E D, A E F quos A E facit. Id autem præſtabimus, dum huic innitemur veritati, per ſe cuivis obviæ, nimirum, quò ratio ſinuum angulorum duorum magis ad æqualitatem accedit, eò magis & ipſi etiam anguli ad æqualitatem accedent. Primò jam ut oſtendatur, B D propior ad C D quàm ad A D, oſtendemus modò angulos C D E, C D F magis ad æqualitatem accedere

quàm

quàm angulos ADF, ADE; Conſideretur ſtatim punctum Q debere ſemper propius eſſe ad A quàm ad D, & id quidem in Fig. 2. quia ut dictum jam ſub finem Coroll. I. F eſt interſectio normalium EQ, DW, AG ratione Oxygonii △li DAE; ergo debet ideo per Lemma I. F accedere propius ad angulum in A quàm ad minorem in D, & FA minor quàm FD, ſed ſi eſt FA minor quàm FD, ob normalem FQ erit etiam Q propius ad A quàm ad D & in Fig. 1. itidem eſt Q propius ad A quàm ad D, quia ſcilicet eſt pars AQ ſuo toto DQ minor; Jam vero, eò quod eſt Q propius ad A quàm ad D ſequitur, rectarum DF, DE rationem, magis ad æqualitatem accedere quàm quidem AF, AE; deſcribantur enim centro A, radio AF, arcus FV, ut & centro D radio DF arcus FM, liquidò apparebit, binarum DF, DE differentiam ME minorem eſſe differentiâ VE binarum AF, AE; quare cùm DF, DE magis ad æqualitatem accedant, quàm AF, AE, ſi nunc hæ oſtendantur analogiæ, ſcilicet eſſe DF. DE:: ſin. ang. CDE. ſin. ang. CDF, atque etiam hæc AF. AE:: ſin. ang. ADF. ſin. ang. ADE, utique ſequetur, rationem ſinus CDE ad ſinum CDF magis accedere ad æqualitatis rationem, quàm rationem ſinus ADF ad ſinus ADE, unde & ipſi etiam anguli CDE, CDF erunt probati magis ad æqualitatem accedere quàm quidem anguli ipſi ADF, ADE, proindeque ſequetur, CD propiorem eſſe ad BD quæ totum angulum EDF biſecat, quàm quidem AF. Jam vero prima hæc analogia DF. DE:: ſin. CDE. ſin. CDF ſic patet; Cùm ob centrum gravitatis C △li DEF æqualia ſint △la CDE, CDF erit per 15. ſexti DF. DE:: CX. CZ ſed etiam ob △la Rectangula hypothenuſa communi CD gaudentia CDX, CDZ ponere licet CX ſinum ang. CDE & CZ ſinum ang. CDF, ergo utique eſt ex æquo DF. DE:: ſin. CDE. ſin. CDF; Altera vero analogia AF. AE:: ſin. ADF. ſin. ADE ſic clareſcit; Cùm ob ſimilia △la AGE, AFW ſit AF. AE:: AW. AG atque etiam ob △la Rectangula hypothenuſa communi AD gaudentia ADW, ADG, ponere liceat AW ſinum ang. ADF, & AG ſinum ang. ADE erit utique etiam AF. AE:: ſin. ADF. ſin. ADE, quare concluſum noſtrum obtinet, nempe ſinus CDE & ſin. CDF magis accedunt ad æqualitatem, quàm ſin. ADF & ſin. ADE, itaque ipſi etiam anguli CDE, CDF magis ad æqualitatem accedunt quàm anguli ADE, ADF, & propterea etiam propior eſt CD ad BD quæ totum angulum EDF biſecat, quam AD.

 Porro,

Porro, à parte altera etiam CE propior eſt ad BE quàm AE, quia BE biſecat angulum DEF, & eodem pacto oſtenditur, angulos CED, CEF magis ad æqualitatem accedere quàm angulos AEF, AED, nempe quia angulorum CED, CEF ſinus CX, CY magis ad æqualitatem accedunt, quam angulorum AEF, AED ſinus AQ, AG; namque eſt CX.CY:: EF.ED quia æqualia $\triangle$la ſunt CEF, CED ob centrum gravitatis C; atque etiam eſt AQ.AG::AF.AD ob ſimilia $\triangle$la AQF, AGD, ſed patet EF, ED magis ad æqualitatem accedere quàm AF, AD, etenim ob W ſemper propiorem ad A quàm ad E liquet, arcu FP deſcripto, ex centro E radio EF, ut & arcu FÆ centro A radio AF differentiam PD ipſarum EF, ED minorem ſemper fore differentiâ ÆD ipſarum AF, AD; ſi vero EF, ED magis ad æqualitatem accedunt quàm AF, AD, ergo ob binas analogias noſtras etiam magis ad æqualitatem accedent CX, CY ſinus ſcilicet angulorum CED, CEF quàm AQ, AG ſinus ſcilicet angulorum AEF, AED, adeoque & ipſi etiam anguli CED, CEF magis ad æqualitatem accedent, quam anguli AEF, AED; quod ſi ſit, debet utique BE quæ totum angulum DEF biſecat propior eſſe ad CE, quàm ad AE, atque ſic etiam interſectio B rectarum BE, BD demonſtrata eſt propior eſſe ad C quàm ad A. Quod erat alterum.

Corollarium II.

Hinc ſtatim liquet, quod cumprimum data fuerint tria puncta A, B; C, extemplo dignoſci poſſit, quale quodvis ipſorum ſit; etenim è tribus illis A, B, C erit punctum A quod à binis reliquis B & C eſt remotiſſimum interſectio normalium; quod vero punctum è binis reliquis B & C ad ipſum A punctum propius fuerit ut B, ſemper erit interſectio rectarum trium angulos biſecantium, ac tertium denique C punctum ſemper erit interſectio rectarum latera biſecantium.

Corollarium III.

Porro hinc ſequatur neceſſe, non ſolum punctum B cadere juxta Lemma II. intra $\triangle$lum FGH, in Figg. 1. & 2. ſed præterea ſequitur adhuc primo, In $\triangle$lo Oxygonio Fig. 1. punctum idem B etiam cadere intra angulum CAG, cùm enim per Coroll. I. conſtet, B eſſe à latere medio DF remotiſſimum è tribus A, B, C; ſequitur ergo, junctâ rectâ AC,

illud

illud punctum intra rectas AC, DF cadere non poſſe, adeoque illud debere cadere intra angulum CAG, quandoquidem illud B per Lemma II. ultra priorem FG cadere nequit. Secundò ſequitur denique, in Caſu Trianguli ſcaleni DEF de quo hic in Figg. 1. & 2. res eſt, data tria puncta A, B, C ſemper conſtituere debere ſcalenum Triangulum, idque Amblygonium in B, cujus obtuſus angulus erit ſemper poſitus intra AC & FG normalem in latus maximum DE. Enimvero ſcalenum illud $\triangle$lum ABC fore, tam ex eo quod modo dictum, ſatis luculenter patet, nimirum quod B debet propius accedere ad C quàm ad A, quàm ex eo etiam quod Lemmate I. oſtenſum fuit, ſcilicet A eſſe debere ab DE remotiſſimum, C contra ad DE proximum; Porro autem, ut & Amblygonium ſemper fore conſtet, obſervandum modo eſt, quod cùm AG ſemper in DE debeat eſſe normalis, ſi per C ipſi DE parallela agatur CN, erit Rectangulum $\triangle$lum ACN, atqui, ſicut dictum initio hujus ipſius Corollarii, debet B intra angulum CAG cadere, & per Lemma I. C propius accedit ad DE quàm B, ſed CN ipſi DE parallela ducta eſt, ergo punctum hoc B neceſſario cadet intra $\triangle$lum hoc Rectangulum ACN; Atqui per ſe eſt manifeſtum, & ex 31. l. 3. deductu proclive, quod ſi ſupra hypothenuſam AC $\triangle$li cujusvis Rectanguli ACN, quodlibet $\triangle$lum ACB conſtruatur, cujus vertex B intra illud Rectangulum ACN cadat, neceſſario illud ACB $\triangle$lum fore Amblygonium in B.

Lemma III. Figg. 1. & 2.

Si in productum latus minimum BC dati $\triangle$li ABC, ab angulo ipſi oppoſito A normalis demittatur AR; dico rectam FAG quæ normalis erit in maximum latus quæſitum DE tranſire ſemper debere intra puncta duo B & R.

Demonſtratio.

Illud demum demonſtratu non erit arduum, dum ex ſupra dictis oſtendemus ſequi, perpendicularem illam FG vergere non poſſe ad dextram ultra R, neque etiam ad lævam citra B, unde ſtatim conſequetur, ipſam neceſſario ſecare debere lineam BR aliquo in puncto S. Huic ergo fini per B in FG normalis ducatur BI, adeoque ipſi DE parallela, jam

ſtatim

ſtatim conſtat, cùm in Lemmate I. fuerit oſtenſum, punctum C eſſe ad DE propius quam B nec A, ſequitur, normalem FG talem poſitionem obtinere nunquam poſſe, ut tranſeat per R; etenim. cùm angulus ARB rectus ſit factus, liquet inde, quò caſu FG tranſiret per R, id eſt, cum AR congrueret, eòdem etiam tum caſu, rectas BI & CN, baſi DE quæſitæ parallelæ in rectas tunc abire BR & CR & cum illis congruere, atqui tum punctum B æquè diſtaret à baſi DE ac punctum C, contra Lemma I. ſed nec etiam FG dextram verſus ultra R vergere poteſt, tum enim, ſi in illam FG per B & C ducerentur normales, BI & CN, quæ ideo ſemper eſſent quæſitæ baſi DE parallelæ, evidens eſt, tunc poſitam fore CN ſupra BI, ac caſu illo punctum B propius foret ad baſim DE puncto C, denuo contra Lemma I. Porro, quod facile eſt videre in figg. 7. & 8. quodque ſuo infra dicetur loco, non niſi in ſolo caſu △li Iſoſcelis contingere poteſt, ut è datis punctis tribus A, B, C ullum aliud præter A cadat in FG normali in maximum latus quæſitum D, eô enim ſolo in caſu Iſoſcelis DEF figg. 7. & 8. data tria puncta in directum poſita A, B, C, incidunt omnia in eandem normalem FG, atque in propatulo eſt, ſimul ac iſtorum punctorum duo in rectam FG inciderint, & tertium ibidem incidere debere. Hinc ſtatim ſequitur, in figg. 1. & 2. normalem illam FAG in maximum latus DE, per B tranſire non poſſe, quoniam tam in illam datorum punctorum duo A & B inciderent, ut in Iſoſceli, contra hypotheſin noſtram, quæ ſcaleni eſt △li DEF in figg. 1. & 2. Poſtremo denique nec lævam verſus magis citra B vergere poterit normalis FAG, cùm per Lemma II. punctum B ſemper intra △lum NFC ſeu GFH cadere debeat, atqui eô caſu punctum illud B extra illud △lum fore patet. Cùm itaque normalis FAG vergere nequeat per R nec dextrorſum magis, neque etiam per B nec ſiniſtrorſum magis, liquidò conſtat, ipſam ſemper eſſe rectam BR aliquo in puncto S ſecturam.

Corollarium IV.

Hoc eſt Lemmate ſequitur, cùm quæſita normalis FAG talem ſemper obtineat poſitionem ut rectam ſecet BR, quod ſi ſupra latus maximum AC datum ſemicirculus ARNC ad partem puncti B deſcribatur, veram tum poſitionem normalis quæſitæ FAG arcum datum ſeçare Rr aliquo in puncto N, rectamque BR in puncto quodam S, atque ex eo quod

hujus

hujus FAG poſitio fuerit determinata, data ſimul eſt notaque poſitio maximi lateris quæſiti DE, utpote ipſi CN paralleli. Quo quidem docemur, ad Problematis ſolutionem opus modo nobis eſſe duabus incognitis, nimirum poſitione puncti N ſeu chordâ CN, & rectâ NG, quibuscum $\triangle$lum DEF quæſitum conſtruere ſtatim liceret, quod clareſcet Analyſi ultimum quod ſequitur Lemma, excipienti.

Lemma IV. Problema.

Cognitis duarum quantitatum differentiâ atque producto, quamlibet invenire ſeorſim.

Sit productum datum a; differentia data b; minor quæſita vocetur x; erit major $b+x$; & æquatio $a=bx+xx$; hinc addito utrinque $\frac{1}{4}bb$ erit $xx+bx+\frac{1}{4}bb=a+\frac{1}{4}bb$; adeoque extrahendo utrinque radicem quadratam, erit $x+\frac{1}{2}b=\surd[a+\frac{1}{4}bb]$ & prodit ita quæſita quantitas minor $x=-\frac{1}{2}b+\surd[a+\frac{1}{4}bb]$ & major $x+b=\frac{1}{2}b+\surd[\frac{1}{4}bb+a]$; ſequitur jam propoſiti Problematis Analyſis.

Analyſis. Vide Figg. 1. & 2.

QUoniam datum punctum C interſectionis rectarum latera biſecantium, eſt ut jam dictum, quæſiti $\triangle$li DEF centrum gravitatis, notum aliunde etiam eſt, eſſe CH.CF::1.2. cumque ſint ob CN parallelam DE, Triangula ſimilia NCF, GHF erit etiam GN.NF::CH.CF::1.2. Porro notum etiam eſt per 4. quarti punctum datum B interſectionis rectarum angulos biſecantium eſſe quæſiti $\triangle$li DEF centrum circuli inſcripti, unde patet, quod ſi notæ nobis modo eſſent binæ rectæ CN, GN illico conſtrui levi opera poſſet quæſitum $\triangle$lum DEF hunc in modum; ponendo nempe inventam hanc CN, uti hic eſt, ex C in datum ſemicirculum ANC, ductâque AN utrinque productâ, ſi ex N deorſum poneretur tum inventa NG, & faciendo NF æqualem 2 GN, poſteaque ductâ BI ipſi CN parallela, & intervallo IG centro B circulum deſcribendo, ſi per F huic circulo binæ Tangentes ducerentur quæ productæ occurre-

rent rectæ GH ipſi CN parallelæ ac itidem utrinque productæ, hinc evidenter formaretur quæſitum noſtrum $\triangle$lum DEF. Quare conſtat, inde omnia pendere, ut in dato arcu Rr, puncto N debita ſua detur poſitio, atque rectæ etiam NG debitus valor. Jam verò, datô Triangulô ABC, datæ etiam erunt rectæ AR, CR; Sint itaque ſic primum denominatæ; $CR = a$; $AR = b$; $BC = c$; $GN = z$. At notandum porro, quod admiſsâ certâ aliquâ Rectanguli $\triangle$li ACN poſitione, ob datum intra illud punctum B, eô ipſo etiam determinatas fore rectas IB; IN; IA quarum, dum in calculo egemus, denominationes ſunt quærendæ. Quod ſi vero poneremus ipſam $CN = y$; tum determinatarum partium IB; IN; IA denominationes vix obtinere liceret; Quamobrem ex B in CN ſeu GH ductâ normali BOK, vocemus $CO = y$; & $BO = \surd[cc - yy]$; ſeu brevitatis ergo v; Nunc demum pro denominandis cæteris CN, IN, IA Triangula conſideremus Rectangula CBO, ARS, quorum utrumque cum ſimile ſit eidem $\triangle$lo CNS erunt ipſa & inter ſe ſimilia; unde obtinebimus

$CO = y . AR = b :: BC = c . AS = \frac{bc}{y} :: BO = v . RS = \frac{bv}{y}$; ergo CR $-$ RS ſeu $CS = a - \frac{bv}{y}$ ſeu $\frac{ay - bv}{y}$; Poſtmodum rectam CN habebimus hâc analogia, $BC = c . CO = y :: CS = \frac{ay - bv}{y} . CN = \frac{ay - bv}{c}$

ergo erit $CN - CO$ ſeu $BI = \frac{ay - bv - cy}{c}$; Pro NS autem dicamus;

$CB = c . BO = v :: CS = \frac{ay - bv}{y} . NS = \frac{avy - bvv}{cy}$; ergo AN ſeu $AS + NS = \frac{bcc - bvv + avy}{cy}$ ſeu $\frac{av + by}{c}$ ponendo nempe loco $bcc - bvv$ ipſi æquale byy. Atque ita denominatæ jam ſunt partes IN; IB, IA. Aſt harum ope adhuc rectarum, quibus opus nobis eſt, GA; GD; GE; TD; TE; FD; FE quærendæ ſunt, quô infra dicetur, modô.

Denominationes.

Sunto $CR = a$; $AR = b$; $BC = c$; $GN = z$; $CO = y$; $BO = \surd[cc - yy]$ ſive v;

$AS = \frac{bc}{y}$; $RS = \frac{bv}{y}$; $CS = \frac{ay - bv}{y}$; $CN = \frac{ay - bv}{c}$; $BI = \frac{ay - cy - bv}{c}$;

NS

$NS = \frac{avy - bvv}{cy}$; $AN = \frac{by + dv}{c}$; $NF = 2z$; $FG = 3z$; $GH = \frac{3ay - 3bv}{2c}$.

$AG = z + \frac{av + by}{c}$;

DH ſive $HE = \frac{1}{2c} \sqrt{[9aayy - 18abvy + 9bbvv + 12cczz + 12acvz + 12bcyz]}$.

$GD = \frac{3ay - 3bv}{2c} + \frac{1}{2c} \sqrt{[9aayy - 18abvy + 9bbvv + 12cczz + 12acvz + 12bcyz]}$.

$GE = \frac{-3ay + 3bv}{2c} + \frac{1}{2c} \sqrt{[9aayy - 18abvy + 9bbvv + 12cczz + 12acvz + 12bcyz]}$.

$TK = \frac{ayz - cyz - bvz + avy - cvy - bvv}{2cz - cv}$ & $TG = \frac{3ayz - 3cyz - 3bvz}{2cz - cv}$.

GH quæ erat $\frac{3ay - 3bv}{2c}$ etiam eſt $\frac{3ayz - 3bvz - \frac{3}{2}avy + \frac{3}{2}bvv}{2cz - cv}$ &

$$TH = \frac{3cyz + \frac{3}{2}bvv - \frac{3}{2}avy}{2cz - cv}$$

$TD = \frac{3cyz + \frac{3}{2}bvv - \frac{3}{2}avy}{2cz - cv} + \frac{1}{2c}$ per $\sqrt{[9aayy - 18abvy + 9bbvv + 12cczz + 12acvz + 12bcyz]}$.

$TE = \frac{-3cyz - \frac{3}{2}bvv + \frac{3}{2}avy}{2cz - cv} + \frac{1}{2c}$ per $\sqrt{[9aayy - 18abvy + 9bbvv + 12cczz + 12acvz + 12bcyz]}$.

$FD = \frac{3cyz + \frac{3}{2}bvv - \frac{3}{2}avy}{cz + cv} + \frac{z - \frac{1}{2}v}{cz + cv}$ per $\sqrt{[9aayy - 18abvy + 9bbvv + 12cczz + 12acvz + 12bcyz]}$.

$FE = \frac{-3cyz - \frac{3}{2}bvv + \frac{3}{2}avy}{cz + cv} + \frac{z - \frac{1}{2}v}{cz + cv}$ per $\sqrt{[9aayy - 18abvy + 9bbvv + 12cczz + 12acvz + 12bcyz]}$.

Ad denominandas vero rectas GA, GE; TD; TE; FD & FE, ad id denuo eſt attendendum, quod jam monuimus, nimirum, ob datum centrum gravitatis C △li DEF; CH fore $\frac{1}{3}$ FH, atque ob ſimilia △la FNC, FGH erit 1.2 :: CH.CF :: GN $= z$.NF $= 2z$. Atqui erit etiam CF.HF :: 2.3 :: CN $= \frac{ay-bv}{c}$.GH $= \frac{3ay-3bv}{2c}$ quæ ſcilicet eſt ſemi-differentia rectarum GD, GE; atque adeo erit 2GH $= \frac{3ay-3bv}{c}$ differentia ipſarum GD, GE; Poſtea etiam eſt notandum, earundem GD, GE productum obtinere nobis eſſe in proclivi; enimvero Rectangula △la GAD, GFE eidem △lo QDE cùm eſſe debeant ſimilia, erunt ipſa GAD, GFE & inter ſe ſimilia, ideoque erit GA.GD :: GE.GF unde productum ipſarum GD; GE ſeu □ DGE $=$ □ AGE ſeu producto ipſius GF $= 3z$ in GA $= z + \frac{av+by}{c}$ quod itaque eſt $3zz + \frac{3avz+3byz}{c} =$ □ DGE. At verò per Lemma IV. cognitâ duarum quantitatum differentia b, & producto a; erit majoris formula $\frac{1}{2}b + \surd[\frac{1}{4}bb+a]$, minoris $-\frac{1}{2}b + \surd[\frac{1}{4}bb+a]$. Unde ſequitur, exequendo hanc formulam, valoresque noſtros in illa ſubſtituendo, ſcilicet 2GH $= \frac{3ay-3bv}{c}$ loco b, & loco producti a in formula, illud $3zz + \frac{3avz+3byz}{c} =$ □ DGE, inveniemus loco termini formulæ $\surd[\frac{1}{4}bb+a]$ qui ſemiſumma eſt;

$$\text{HE ſeu HD} = \frac{1}{2c}\surd[9aayy-18abvy+9bbvv+12cczz+12acvz+12bcyz]$$

atque ſic demum erit majoris DG quæ eſt DH+GH, ut & minoris GE quæ eſt HE—GH denominatio, qualis hic appoſita fuit Pag. 99. Porro autem, ad denominandas, quarum adhuc egemus, rectas TD, TE, ita prius nobis erunt denominandæ TK & TG; Namque ob ſimilia △la BFI, BKT obtinebimus ſequentem proportionem,

FI ſeu NF—BO . BI :: BK ſeu BO+NG . TK

$$2z-v \quad \frac{ay-cy-bv}{c} :: \quad z+v \quad . \frac{ayz-cyz-bvz+avy-cvy-bvv}{2cz-cv}$$

At nunc ſi utrumque fractionis $\frac{ay-cy-bv}{c}$ = BI terminum, per $2z-v$ multiplicemus, ut nempe cum TK eundem habeat denominatorem, erit BI $=\frac{2ayz-2cyz-2bvz-avy+cvy+bvv}{2cz-cv}$ atque ſic erit TG ſeu TK+BI $=\frac{3ayz-3cyz-3bvz}{2cz-cv}$. Ulterius, ut & etiam GH $=\frac{3ay-3bv}{2c}$ eundem obtineat denominatorem, utrumque fractionis terminum ducamus in $z-\frac{1}{2}v$, eritque GH $=\frac{3ayz-3bvz-\frac{3}{2}avy+\frac{3}{2}bvv}{2cz-cv}$; Ita ut jam habeamus TH ſive GH—TG $=\frac{3cyz+\frac{3}{2}bvv-\frac{3}{2}avy}{2cz-cv}$ atque ideo erit, qualis ſupra appoſita eſt denominatio ipſius TD, quæ eſt DH+TH; ut & ipſius TE, quæ eſt DH—TH.

Poſtremo, ut rectæ etiam FD, FE denominentur, ita tamen, ut in ipſarum vel expreſſionibus ſtatim contineantur binæ conditiones biſectorum ſcilicet angulorum FDE, FED per rectas BD, BE; obſervemus, cùm debeat eſſe per 3. ſexti TD.DF::TB.BF::TE.EF; atque etiam ſit, ob ſimilia △la FIB, FGT; TB.BF::GI.IF, patebit jam expreſſiones nos obtinere rectarum FD, FE ſupra appoſitas, harum analogiarum beneficio; GI $=z+v$.FI$=2z-v$::TD.DF ut & etiam GI$=z+v$.FI$=2z-v$:: TE, EF.

Poſt lineas jam omnes, quarum opus erat, denominatas, duabus egemus æquationibus; cumque tres lineæ DE, DF & EF Triangulum debeant conſtituere, primam noſtram æquationem ab hâc proprietate, cuivis Triangulo communi petemus, ſcilicet, debet DFq—EFq ſemper æquari DGq—EGq, ſeu quod eòdem recidit, $\overline{DF+EF} \times \overline{DF-EF}$ æquatur $\overline{DG+EG} \times \overline{DG-EG}$, cujus quidem demonſtratio verbo poſſet per 36. tertii abſolvi, deſcribendo ex angulo maximo DFE ut centro, & intervallo lateris minimi EF, circulum.

N 3 Ergo

51847

Ergo pro I^{ma} Æquatione

$$FD + FE = \frac{2z - v}{cz + cv} \sqrt{[9aayy - 18abvy + 9bbvv + 12cczz + 12acvz + 12bcyz]}$$

$$\text{in } FD - FE = \frac{6cyz + 3bvv - 3avy}{cz + cv}$$

æquatur producto

$$GD - GE \text{ ſeu } 2GH = \frac{3ay - 3bv}{c}$$

$$\text{in } GD + GE \text{ ſeu } 2DH = \frac{1}{c} \sqrt{[9a^2y^2 - 18abvy + 9b^2v^2 + 12c^2z^2 + 12acvz + 12bcyz]}$$

Sive etiam, brevitatis ſtudio, dividendo utrinque alterum producentem, nimirum hinc, FD+FE, inde GD+GE per

$$\sqrt{[9aayy - 18abvy + 9bbvv + 12cczz + 12acvz + 12bcyz]},$$

atque omnes dein producentes per c multiplicando, invenietur debere

Productum ex $\frac{2z - v}{z + v}$ in $\frac{6cyz + 3bvv - 3avy}{z + v}$ æquari producto ex 1 in $3ay - 3bv$.

$$\text{ſive } \frac{12cyzz + 6bvvz - 6avyz - 6cvyz - 3bv^3 + 3avvy}{zz + 2vz + vv} = 3ay - 3bv$$

Utrinq; vero per 3 dividendo, atq; per $zz + 2vz + vv$ multiplicando, erit

$$4cyzz + 2bvvz - 2avyz - 2cvyz - bv^3 + avvy = ayzz - bvzz + 2avyz - 2bvvz + avvy - bv^3$$

utrinque tollendo $avvy - bv^3$, & per z dividendo, erit

$4cyz + 2bvv - 2avy - 2cvy = ayz - bvz + 2avy - 2bvv$; hinc terminis litera z vacuis ad unam partem translatis, elicitur pro valore z hæc

$$\text{I}^{ma} \text{ Æquatio } z = \frac{4avy - 4bvv + 2cvy}{4cy + bv - ay}.$$

Ad ſecundam verò noſtram æquationem obtinendam, conſidero primùm, datum C punctum, ut gravitatis centrum evadat Δli DEF ſat fuiſſe determinatum, dum in denominando fecimus rectas CF, CN, NR duas

duas tertias rectarum reſpective HF, HG, & FG; Poſtmodum punctum datum B etiam ſatis fuit determinatum, ad evadendum centrum circuli △lo quæſito DEF inſcripti, dum pro ipſis denominationibus rectarum DF, EF, binos angulos DEF & EDF biſecuimus, per 3 tertii adhibendo nempe binas has analogias, TB ad BF ſive GI ad IF ut TD ad DE & etiam ut TE ad EF. Sed quod ad punctum A ſpectat, illud nondum ſatis fuit ad id determinatum, ut evaderet trium normalium FG, DQ, AE interſectio. Equidem verum eſt, dum rectas denominavimus GD, GE, diximus Rectangula △la GAD, GFE eſſe debere ſimilia, atque ideo nos analogiam habere GA . GD :: GE . GF; at vero contingere poſſet, dum angulum facerent GD, GE ut maneret illa proportio nec tamen rectus eſſet in G angulus; Porro etiam illud quidem eſt verum, pro prima hac noſtrâ æquatione, ſuppoſuimus DFq — EFq æquale GDq — GEq, quô illud quidem efficitur, ut angulus in G ſit rectus, veruntamen eô non efficitur hoc, ut punctum F evadat vera extremitas quæſitæ illius prioris FG, cùm vel leviter attento ſtatim fiat manifeſtum, hanc æquationem DFq — EFq = DGq — GEq ſemper obtinere, ubicunque etiam F fuerit in recta FG aſſumtum; Quare per ſecundam noſtram æquationem erit nobis determinandum punctum F ut evadat vera quæſitæ normalis FG extremitas, etenim eo ipſo ſimul etiam efficietur A vera interſectio normalium, propter analogium illam GA . GD :: GE . GF jam adhibitam in denominandis GD, GE. Determinabimus autem F veram quæſitæ normalis FG extremitatem, dum ſecundam noſtram æquationem è △lo Rectangulo FGT petemus hoc modo; Quandoquidem recta FBT angulum DFE biſecat, ſequitur, per notum illud Ptolomæi Theorema, TFq. æquale eſſe ▭DFE — ▭DTE; at idem TFq. per 47. 1. æquatur etiam FGq + TGq. itaque hæc noſtra erit ſecunda Æquatio ▭DFE — ▭DTE = FGq + TGq.

At ſi in operandâ ſecunda hac æquatione, pro DFE — DTE tritam vellemus calculi inire viam, citra ullum compendium, immanis calculi facile pertæſum eſſet, etenim in calculum incideremus ducentorum pene terminorum, quorum ne vel ſemiſſis relinqueretur, quia termini alii plurimi ſeſe invicem deſtruerent, alii plerique concreſcerent; Hinc primùm pro formando ▭lo DFE conſidero, rectarum FD, FE expreſſiones nil eſſe præter binomia duo, quibus commune eſt membrum ſurdum, at rationale membrum etiam prorſus idem in utroque eſt, præterquam quod

in

in valore ipſius FE ſigna ſint alterius FD ſignis contraria; Pro formando autem $\square$ DTE idem etiam eſt videre, in rectarum TD, TE expreſſionibus, ita ut pro æquatione noſtra obtinenda, hæ modo quatuor rectæ veniant adhibendæ TD; FD; TG; FG. Porro etiam ut quàm ſimplicisſimas fieri poterit quantitates in calculum adhibeamus, primùm poſſumus, eò enim æquationem minime tolli patet, quatuor harum quantitatum quamlibet per c multiplicare, poſtea ut tuto etiam omnes denominatores mittere atque negligere liceat, valorum TD & TG numeratorem & denominatorem per $z+v$ multiplicemus, atque valoris FD etiam numeratorem & denominatorem ducamus in $2z-v$, tandem ipſi etiam FG demus communem quem tum habent denominatorem $2zz+vz-vv$; ac tum demum iſtum denominatorem tutò negligendo, expreſſiones quatuor horum numeratorum quibuscum nobis erit calculandum, loco rectarum ipſarum TG; TD; FD; FG tales evadent, quales hic ſequentes ſunt.

Locô FG . . . . adhibebimus $6cz^3+3cvzz-3cvvz$.

Locô TG . . . adhibebimus . . . $3ayzz-3cyzz-3bvzz+3avyz-3cvyz-3bvvz$.

Locô TD hoc; $3cyzz+\frac{3}{2}bvvz-\frac{3}{2}avyz+3cvyz+\frac{3}{2}bv^3-\frac{3}{2}avvy+zz+\frac{1}{2}vz-\frac{1}{2}vv$ per $\sqrt{[9a^2y^2-18abvy+9b^2v^2+12c^2z^2+12acvz+12bcyz]}$.

Locô FD hoc; $6cyzz+3bvvz-3avyz-3cvyz-\frac{3}{2}bv^3+\frac{3}{2}avvy+2zz-1vz+\frac{1}{2}vv$ per $\sqrt{[9a^2y^2-18abvy+9b^2v_2+12c^2z^2+12acvz+12bcyz]}$.

Atqui ut jam dictum, ſi ipſius FE, vellemus expreſſionem, eadem penitus quæ ipſius FD foret, exceptô quod ejus rationale membrum $6cyzz+3bvvz-3avyz-3cvyz-\frac{3}{2}bv^3+\frac{3}{2}avvy$ contrariis afficeretur ſignis; ſi itaque, compendii ergo, rationale hoc membrum t vocemus; & irrationale membrum, quod utrique FD & FE commune foret, ſcilicet $2zz-2vz+\frac{1}{2}vv\sqrt{[9aayy-18abvy+9bbvv+12cczz+12acvz+12bcyz]}$ vocemus s; tum evidens eſt FD fore $s+t$; & FE $=s-t$; atque ita $\square$ FDE $=ss-tt$; Pari modo quæ ipſius TE loco eſt expreſſio, eadem foret quæ ipſius TD, excepto etiam, quod ejus membrum rationale $3cyzz+\frac{3}{2}bvvz-\frac{3}{2}avyz+3cvyz+\frac{3}{2}bv^3-\frac{3}{2}avvy$, quod brevitatis causâ

voca-

vocabimus x, contraria obtineret ſigna ; atque pro ſurdo ejus membro $\overline{zz+\frac{1}{2}vz-\frac{1}{2}vv}\,\sqrt{[9aayy-18abvy+9bbvv+12cczz+12acvz+bcyz]}$ quod utrique TD & TE commune eſſet, ponamus w; tum patet fore $TD=w+x$; & $TE=w-x$; atque ideo $\square$DTE tum foret $ww-xx$;

Ideoque ſic foret $\square$DFE — $\square$DTE $=ss-tt-ww+xx$ id eſt; $\square$DFE — $\square$DTE æquale eſſet ſummæ ipſius $ss-ww$ cum $xx-tt$. Jam vero hic ordine apponamus ipſarum t; s; w; x valores.

$$s=\overline{2zz-2vz+\tfrac{1}{2}vv}\,\sqrt{[9aayy-18abvy+9bbvv+12cczz+12acvz+12bcyz]}.$$

$$w=\overline{zz+\tfrac{1}{2}vz-\tfrac{1}{2}vv}\,\sqrt{[9aayy-18abvy+9bbvv+12cczz+12acvz+12bcyz]}.$$

$$x=3cyzz+\tfrac{3}{2}bvvz-\tfrac{3}{2}avyz+3cvyz+\tfrac{3}{2}bv^3-\tfrac{3}{2}avvy.$$

$$t=6cyzz+3bvvz-3avyz\ 3cvyz-\tfrac{3}{2}bv^3+\tfrac{3}{2}avvy.$$

Nunc itaque demum liquet, pro obtinendo, hiſce cum valoribus, $\square$DFE — $\square$DTE, ſaltem eſſe formandum $ss-ww$, & $xx-tt$, eaque in ſummam eſſe redigenda ; Poſtremo denique conſidero, s & w quantitates eſſe ſurdas, quare ſi in valore ipſius s ponamus adhuc, ulterioris compendii gratia, $q=2zz-2vz+\frac{1}{2}vv$; & $\sqrt{p}=\sqrt{[9aayy-18abvy+9bbvv+12cczz+12acvz+12bcyz]}$ tum erit itaque $s=q\sqrt{p}$; pariter in valore ipſius w, ponamus $zz+\frac{1}{2}vz-\frac{1}{2}vv=o$, tum etiam erit $w=o\sqrt{p}$; ac proinde erit $ss-ww$ ſeu $s+w$ per $s-w$ æquale $\overline{q+o}\sqrt{p}$ in $\overline{q-o}\sqrt{p}$, ſeu $\overline{qq-oo}$ in p; quod tandem nos docet, ducendum eſſe $q+o$ in $q-o$, eorumque productum in valorem ipſius p;

Ergo eſt multiplicandum $q+o=3zz-\frac{3}{2}vz$.

in $q-o=zz-\frac{5}{2}vz+vv$.

prodit $3z^4-9vz^3+\frac{27}{4}vvzz-\frac{3}{2}v^3z$ quod ergo eſt ducendum in valorem ipſius p ſive $9aayy-18abvy+9bbvv+12cczz+12acvz+12bcyz$.

Hinc prodit ; $36ccz^6+36acvz^5-108ccvz^5+36bcyz^5+27aayyz^4-54abvyz^4+27bbvvz^4-108acvvz^4-108bcvyz^4-81aavyyz^3+162abvvyz^3-81bbv^3z^3+81ccvvz^4+81acv^3z^3$

$+ 81acv^3z^3 + 81bcvvyz^3 - 18ccv^3z^3 + \frac{243}{4}aavvyyzz - \frac{243}{2}gbv^3yzz + \frac{243}{4}bbv^4zz - 18acv^4zz$
$- 18bcv^3yzz - \frac{27}{2}aav^3yyz + 27abv^4yz - \frac{27}{2}bbv^5z.$

æquale $ss - ww$.

Jam vero pro $xx - tt$, obſervemus, parcendo itidem calculo, quod ſi ponatur $i = 3cyzz + \frac{3}{2}bvvz - \frac{3}{2}avyz$; & $r = 3cvyz + \frac{3}{2}bv^3 - \frac{3}{2}avvy$; tum patet fore $x = i + r$; & $t = 2i - r$; adeoque $x + t = 3i$; & $x - t = - i + 2r$ quare tum erit $xx - tt = 6ri - 3ii$; Quod denuo nos docet, pro obtinendo $xx - tt$ eſſe multiplicandum $3i$ per $2r - i$.

$$2r - i = 6cvyz + 3bv^3 - 3avvy - 3cyzz - \frac{3}{2}bvvz + \frac{3}{2}avyz$$
$$3i = 9cyzz + \frac{9}{2}bvvz - \frac{9}{2}avyz$$

Hinc prodit; $54ccvyyz^3 - 27ccyyz^4 - 27bcvvyz^3 + 27acvyyz^3 + 54bcv^3yzz - 54acvvyyzz$
$- \frac{27}{4}bbv^4zz + \frac{27}{2}abv^3yzz - \frac{27}{4}3avvyyzz + \frac{27}{2}aav^3yyz - 27gbv^4yz + \frac{2-}{2}bbv^5z.$

æquale $xx - tt$.

Jam $ss - ww$ habemus æquale producto priori, atque hoc productum æquale eſt $xx - tt$, vidimusque hæc duo eſſe addenda ut inde fiat $ss - ww - tt + xx$ quod modo oſtendimus eſſe loco ▭DFE—▭DTE; hæc duo ergo producta ſi addamus, obtinemus quod ſequitur, nempe primum ſecundæ æquationis noſtræ membrum, loco ipſius ▭DFE—▭DTE aſſumtum, id eſt, loco FTq. illud.

$36ccz^6 + 36acvz^5 + 36bcyz^5 - 108ccvz^5 + 27aayyz^4 - 54abvyz^4 + 27bbvvz^4$
$- 108acvvz^4 - 108bcvyz^4 + 81ccvvz^4 - 27ccyyz^4 - 81aavyyz^3 + 162abvvyz^3 - 81bbv^3z^3$
$+ 18acv^3z^3 + 54bcvvyz^3 - 18ccv^3z^3 + 54ccvyyz^3 + 27acvyyz^3 + 54aavvyyzz$
$- 108abv^3yzz + 54bbv^4zz - 18acv^4zz + 36bcv^3yzz - 54acvvyyzz.$

Poſtmodum pro altero æquationis noſtræ membro eſt faciendum quadratum ipſius FG ſive hujus $6cz^3 + 3cvzz - 3cvvz$ quod FG loco eſt adhibendum, atque eſt addendum quadrato expreſſionis TG ſeu hujus, $3ayzz - 3cyzz - 3bvzz + 3avyz - 3cvyz - 3bvvz$ quod TG loco eſt adhibendum; Tunc inveniemus pro altero æquationis membro, quod eſt itaque FGq + TGq, ſive itidem TFq, id quod ſequitur.

$36ccz^6$

$36ccz^6 + 36ccvz^5 - 27ccvvz^4 + 9aayyz^4 - 18acyyz^4 - 18abvyz^4 + 9ccyyz^4 + 18bcvyz^4 + 9bbvvz^4 - 18ccv^3z^3 + 18aavyyz^3 - 36acvyyz^3 - 36abvvyz^3 + 18ccvyyz^3 + 36bcvvyz^3 + 18bbv^3z^3 + 9aavvyyzz - 18acvvyyzz - 18abv^3yzz + 9ccvvyyzz + 18bcv^3yzz + 9bbv^4zz + 9ccv^4zz.$

Denique ſublatis utrinque communibus terminis $36ccz^6 - 18ccv^3z^3$, & reliquis omnibus per $9zz$ diviſis, tranſlatiſque ad unam partem terminis, in quibus z^3 & zz occurrit, evadet hæc tandem ſecunda noſtra æquatio, qualis hic ſequitur.

II^da Æquatio ſive ſecundus Locus.

♀ $4acvz^3 + 4bcyz^3 - 16ccvz^3 + 2aayyzz - 4abvyzz + 2bbvvzz - 14bcvyzz - 12acvvzz + 2acyyzz + 12ccvvzz - 4ccyyzz$

æquale

$11aavyyz - 22abvvyz + 11bbv^3z - 4ccvyyz - 2bcvvyz - 7acvyyz - 9acv^3z - 5aavvyy + 10abv^3y - 5bbv^4 - 2bcv^3y + 2acv^4 + 4acvvyy + c\,cv^4 + ccvvyy.$

Nunc ubi totidem æquationes adinvenimus quot incognitæ ſunt, nempe duæ y & z, quantitas enim $\dot{v}$ pro tertia ab his diſtincta incognita non habenda eſt, cum cognitâ y, nota ſit & v, utpote quæ compendii gratia pro $\sqrt{[cc - yy]}$ eſt poſita. Cæterùm pulchrum hic videre eſt exemplum veritatis illius, quæ cùm ab Clar. Bernoullio eſt notata in Notis ejus ad calcem Geom. Carteſii Pag. 426. tum ab Celeber. March. Hoſpitallio in Sect. Con. art. 427, nimirum, ſi in Problematis cujuſdam Analyſi eò ſit deventum, ut totidem adſint æquationes quot incognitæ, non eſſe ſemper opus, harum ope incognitas cunctas ad uſque ultimam eliminare, atque æquationem quandam quærere cum unica incognita finalem, cum hujuſmodi plerumque labor & improbus ſit & irritus; Hîc enim, ſi duarum, quas invenimus æquationum ope, finalem ejuſmodi æquationem obtinere intenderemus, præterquam quod tædioſiſſimus adhuc foret ineundus calculus, ex æquatione illâ quæ ad 16tum circiter gradum aſcenderet, denuo prolixô admodum labore aliô, eſſent duo Loci ex illa excerpendi, quorum Conſtructionis combinatio æquationis radices redderet, nec id quidem citra periculum fieret, incidendi in Locos longe minus idoneos ad ſimpliciſſimam Problematis Conſtructionem exhiben-

hibendam, quàm quidem Conſtructio horum ipſorum Locorum, quos ipſa Analyſis, atque ideo ipſa quaſi Problematis natura ultro nobis offert; Cùm itaque multum illum laborem ſuſcipere nil niſi Penelopes telam texere id foret, ſatius utique fuerit, ut horum ipſorum, quos calculus nobis ſuppeditavit, Locorum Conſtructionem aggrediamur, quæ quò ſit aliquanto concinnior, præmittemus ſubſtitutiones nonnullas, atque duplici elicito conſtructôque ipſius z valore, Problematis nobis prodibit ſolutio, quô infra mox patebit modô.

Quoniam ut ex Figg. 1. & 2. conſtat, BCq ſeu $cc = vv + yy$ ſeu BOq + COq; in primo membro ſecundæ æquationis ♀ loco horum duorum terminorum $12ccvvzz - 4ccyyzz$; æquivalentes ſubſtituamus hos duos $12c^4zz - 16ccyyzz$, utrinque enim dividendo per $4cczz$, qui prodibunt quotientes $3vv - yy$ & $3cc - 4yy$ æquantur, nam $3cc = 3vv + 3yy$.

Porro duorum præcedentium terminorum loco $-12acvvzz + 2acyyzz$ ponatur ipſis æquivalens $14acyyzz - 12ac^3zz$, utrôque enim per $2aczz$ diviſo, æquantur prodeuntes quotientes $-6vv + yy$ & $7yy - 6cc$; ob $cc = vv + yy$.

Deinde in æquationis ejusdem ♀ altero membro, ponatur horum loco $ccv^4 + ccvvyy$ æquivalens hoc c^4vv; utroque enim per $ccvv$ diviſo, ſunt quotientes æquales $vv + yy$ & cc.

Poſtea loco $2acv^4 + 4acvvyy$, ponatur æquivalens $2ac^3vv + 2acvvyy$, nam utrôque per $2acvv$ diviſo, quotientes ſunt æquales $vv + 2yy$ & $cc + yy$.

Tandem denique loco $-7acvyyz - 9accv^3z$ ponatur æquipollens $2acvyyz - 9ac^3vz$. utrôque enim per $acvz$ diviſo, quotientes ſunt æquales $-7yy - 9vv$ & $2yy - 9cc$.

Sic itaque ſecunda æquatio noſtra ♀ in ſequentem mutatur æquationem.

$$4acvz^3 + 4bcyz^3 - 16ccvz^3 + 2aayyzz - 4abvyzz + 2bbvvzz - 14bcvyzz + 14acyyzz - 12ac^3zz + 12c^4zz - 16ccyyzz$$

æquale eſt

$$11aavyyz - 22abvvyz + 11bbv^3z - 4ccvyyz - 2bcvvyz + 2acvyyz - 9ac^3vz - 5aavvyy + 10abv^3y - 5bbv^4 - 2bcv^3y + 2ac^3vv + 2acvvyy + c^4vv.$$

Jam

Jam & hujuſce æquationis ope alterum facile valorem ipſius z elicere licebit hunc in modum; Prima enim æquatio noſtra fuit $z = \frac{4avy - 4bvv + 2cvy}{4cy + bv - ay}$; hinc ergo obtinemus $zz = \frac{\overline{4avy - 4bvv + 2cvy}^2}{\overline{4cy + bv - ay}^2}$ quem valorem ſi in ultimæ hujus æquationis primo membro velimus ſubſtituere, erit ſaltem primum illud membrum per zz dividendum, idemque poſtea ducendum in numeratorem $\overline{4avy - 4bvv + 2cvy}^2$ & deinde ejuſdem æquationis alterum membrum ducendum in denominat. $\overline{4cy + bv - ay}^2$, & orietur æquatio ſequens.

$$[16a^2v^2y^2 + 16acv^2y^2 - 32abv^3y + 4c^2v^2y^2 - 16bcv^3y + 16b^2v^4]\text{in}[4acvz + 4bcyz - 16ccvz + 2a^2y^2 - 4abvy + 2b^2v^2 - 14bcvy + 14acyy - 12ac^3 + 12c^4 - 16c^2y^2]$$

æquale eſt

$$[16c^2y^2 - 8acy^2 + 8bcvy + a^2y^2 - 2abvy + b^2v^2]\text{in}[11a^2vy^2z - 22abv^2yz + 11b^2v^3z - 4c^2vy^2z - 2bcv^2yz + 2acvy^2z - 9ac^3vz - 5a^2v^2y^2 + 10abv^3y - 5b^2v^4 - 2bcv^3y + 2ac^3v^2 + 2acv^2y^2 + c^4v^2].$$

Nunc ultimâ hac in æquatione utrumque membrum dividatur per v, quod ita fiet; in primo ejus membro dividatur per vv prior producens, & poſterior producens per v multiplicetur; At in altero æquationis membro producens poſterior per v dividatur; tum translatis ad unam partem productis literâ z vacuis, hunc tandem facile alterum ipſius z valorem reperiemus, qui ſequitur.

$$z = [16c^2y^2 - 8acy^2 + 8bcvy + a^2y^2 - 2abvy + b^2v^2]\text{ in }[-5a^2y^2v + 10abv^2y - 5b^2v^3 - 2bcv^2y + 2ac^3v + 2acy^2v + c^4v]\text{ minus }[16a^2y^2 + 16acy^2 - 32abvy + 4c^2y^2 - 16bcvy + 16b^2v^2]\text{ in }[2a^2y^2v - 4abv^2y + 2b^2v^3 - 14bcv^2y + 14acy^2v - 12ac^3v + 12c^4v - 16c^2y^2v]$$

diviſum per

$$[16a^2y^2 + 16acy^2 - 32abvy + c^2y^2 - 16bcvy + 16b^2v^2]\text{ in }[4acv^2 + 4bcvy - 16c^2v^2]\text{ minus }[16c^2y^2 - 8acy^2 + 8bcvy + a^2y^2 - 2abvy + b^2v^2]\text{ in }[11a^2y^2 - 22abvy + 11b^2v^2 - 4c^2y^2 - 2bcvy + 2acy^2 - 9ac^3];$$

At omnium prima æquatio noſtra erat $z = \frac{4avy - 4bvv + 2cvy}{4cy + bv - ay}$; hæ itaque duæ lineæ ſunt, ſeu duo Loci jam nobis conſtruendi.

Ut autem ad Conſtructionem nos accingamus linearum binarum & valorum ipſius z, ſeu Locorum, patet, pro mutato valore ipſius y & mutatum iri valorem z, ac nunc eluceſcet, duos hoſce Locos, quippe cum ſint hi ipſi, quos nobis Analyſis obtulit, quanquam admodum compoſitos, nobis nihilominus Problematis hujus ſuppeditaturos Conſtructionem ſimplicisſimam, dummodo huic ſimus intenti, ut tam opportunitati ipſius Figuræ noſtræ, quam etiam Localis æquationis ſerviamus.

Imo. Hunc itaque in finem conſidero, ex ipſa ſtatim Fig. 1. ſeu 2. valores cunctarum y ſeu CO eſſe intra arctisſimos contentas limites, cùm nullus hujus y valor posſit neque major eſſe quàm BC neque minor quàm Cr. Namque ſi data recta AB producatur, donec ſemicirculo ANC occurrat in r, & ducatur Cr patet, cùm per Coroll. IV. normalis FG ſeu AN occurrere debeat ſemper rectæ BR aliquo in puncto S, atque adeo etiam arcui Rr in quodam puncto N, ultro hinc etiam ſequi, rectas omnes CO ſeu y, utpote portiones omnium CN normales ſemper in parallelas BO, AN etiam ſemper occurrere debere aliquo in puncto O arcui BOr deſcripto, medio BC ut centro ac intervallo $\frac{1}{2}$BC. Quô jam docemur, pro interſectione ſeu Combinatione Locorum quos inveniemus duorum, ſeu Curvarum, eſſe modo rectam CB è Fig. 1. transferendam in Fig. 5. atque etiam Cr ex Fig. 1. translatâ in Fig. 5. ex C in R, tum fore eâ in Fig. 5. CB axem, C originem rectarum y, atque in quovis rectæ BR puncto normaliter applicato duplici valore ipſius z, è duarum æquationum noſtrarum Conſtructione invento, atque ita per ſe formatum iri Curvas duas, quarum interſectio quæſitam veram radicem OZ, ſeu NG ex Fig. 1. prodet, ut & veram y ſeu CO, prout id oſtendunt binæ Curvæ RZB, DZE in Fig. 5.

IIdo. Conſidero pro ipſarum æquationum noſtrarum Conſtructione ſecundum Locum, ſeu ſecundum quem invenimus valorem ipſius z eſſe proprie fractionem, cujus tam numerator quàm denominator eſt differentia duorum productorum, atque producentes hos ſingulos quartæ eſſe potentiæ. Hinc ſtatim liquet, ſingulis his producentibus per idem planum diviſis tum cunctos planos evaſuros, immutato tamen manente ipſius z valore. Quare prolixam hanc expresſionem z, ſeu ſecundam æquationem mutabimus

in

in Locum reductum hujus formæ $z = \frac{ddnnv \pm eemmv}{eegg \pm ddff}$ facile hunc in modum.

Quemque enim producentem ſecundi Loci divido per yy, eô ipsô plani evadent omnes, quos brevitatis ſtudio, ſequentibus inſigniemus literis, ee; dd; gg; ff; nn; & mm; atque ſeorſim eorum omnes radices levi opera conſtruemus in Fig. 3. unà etiam cum primo noſtro Loco $y = \frac{4avy - 4bvv + 2vy}{4cy + bv - ay}$; quo facto ſecundus Locus quam diximus induet formam iſtam, $z = \frac{ddnnv \pm eemmv}{eegg \pm ddff}$ hic autem denique levi opera conſtruetur in Fig. 4. atque hic notare non abs re fuerit, in ipsâ hâc quæ adeſt Figura, nos in utriusque Loci Conſtructione Geometrice facta, verum adhibuiſſe y ſeu CO Figuræ 1. quicum etiam uterque revera Locus verum nobis reddidit z ſeu NG Figuræ 1. cùm, quod infra mox dicetur, primus Locus dederit pro z rectam in Fig. 3. PM; ſecundus vero Locus pro z ipſi æqualem rectam in Fig. 4. PM. Sed ad ipſam jam Conſtructionem.

Plani producentes pro ſecundo Loco conſtruendi ſequentes ſunt.

1. ee ſeu $\frac{16aayy + 16acyy - 32abvy + 4ccyy - 16bcvy + bbvv}{yy}$.

2. dd ſeu $\frac{16ccyy - 8acyy + 8bcvy + aayy - 2abvy + bbvv}{yy}$.

3. gg ſeu $\frac{4acvv + 4bcvy - 16ccvv}{yy}$.

4. ff ſeu $\frac{11aayy - 22abvy + 11bbvv - 4ccyy - 2bcvy + 2acyy - 9ac^3}{yy}$.

5. nn ſeu $\frac{-5aayy + 10abvy - 5bbvv - 2bcvy + 2ac^3 + 2acyy + c^4}{yy}$.

6. mm ſeu $\frac{2aayy - 4abvy + 2bbvv - 14bcvy + 14acyy - 12ac^3 + 12c^4 - 16ccyy}{yy}$.

Conſtru-

Conſtructio Geometrica.

PRo Loco I^{mo} $z = \frac{4avy - 4bvv + 2cvy}{4cv + bv - ay}$ ut & pro valoribus omnium quantitatum $e; d; f; g; n; m$ Loci II^{di} reducti $z = \frac{ddnnv + eemmv}{eegg + ddff}$. Transferatur datum Triangulum ABC in Figuram 3. in eâque Fig. 3. deſcripto ſupra maximum ejus latus AC ut diametro, verſus B ſemicirculo ARC, bina reliqua producantur latera AB, CB quæ ipſi occurrant in punctis r & R, tum ſumto in illo arcu Rr ad lubitum aliquo puncto N, per illud & per A & C productæ ducantur indeterminatæ AN, CN, atque per B in CN demiſsâ normali BO; tum CO erit incognita y, quæ ad libitum quidem aſſumi poteſt, nos autem ſtudio hic veram Fig. 1. CO ſervavimus, ut veram etiam z ſeu NG Fig. 1. uterque Locus redderet, quod & revera contigit; & BO eô caſu eſt $\sqrt{[cc - yy]}$ ſeu v; quâ tum præparatione facta ſic obtinebimus valorem z juxta I^{mum} Locum.

I. *Conſtructio.* Productâ utrinque BC, in illam transferatur verſus A, CL $= 4$CB, & ad partem oppoſitam fiat SV $= 4$CS $+ 2$CB, ſeu quod eodem redit, ſit C7 $= 3$CS & 7V $= 2$BC; tum per L & A ductâ indefinitâ LA, factâque ibidem LM $=$ BO, ſi ducatur SM, ipſique per V parallela VP; tum dico primò, PM eſſe juxta Locum I^{mum} $z = \frac{4avy - 4bvv + 2cvy}{4cy + bv - ay}$ quæ in Fig. 5. eſt normaliter erigenda in O ſupra CO; tum etiam dico ſecundò, eſſe SVq $= ee$ ſeu $\frac{16aayy + 16acyy - 32abvy + 4ccyy - 16bcvy + 16bbvv}{yy}$ & tertiò, eſſe SLq $= dd$ ſeu $\frac{16ccyy - 8acyy + 8bcvy + aayy - 2abvy + bbvv}{yy}$.

Demonſtratio. Facile ſtatim patet ex ſuperioribus noſtris denominationibus eſſe CS $= \frac{ay - bv}{y}$, cumque ſit ex conſtr. CL $= 4$CB, CL erit $4c$, quare LS nempe CL $-$ CS erit $4c \frac{-ay + bv}{y}$ ſeu $\frac{4cy - ay + bv}{y}$,

Poſt-

Poſtmodum eſt facta $C7 = 3CS$, ergo $S7$ erit $4CS = \frac{4ay - 4bv}{y}$; at facta etiam eſt $7V = 2BC$ ſeu $2c$, itaque SV quæ eſt $S7 + 7V$ erit $\frac{4ay - 4bv}{y} + 2c$ ſive $\frac{4ay - 4bv + 2cy}{y}$. Poſtea cum fuerit BO translata ex L in M, & ducta SM ipſi VP parallela, debet hæc eſſe analogia;

$SL = \frac{4cy - ay + bv}{y} . SV = \frac{4ay - 4bv + 2cy}{y} :: LM = v . PM = \frac{4avy - 4bv^2 + 2cvy}{4cy - ay + bv}$

id eſt z, juxta I. Locum. Secundò cum ſit $SV = \frac{4ay - 4bv + 2cy}{y}$ ſi ipſius quadratum feceris, reperietur $SVq = ee$. Tertiò, cum ſit ſimiliter $LS = \frac{4cy - ay + bv}{y}$ ſi ejus fiat quadratum, reperietur $SLq = dd$.

Pro valore g ſeu $\sqrt{\left[\frac{4acvv + 4bcvy - 16ccvv}{y}\right]}$.

II. *Conſtructio.* Ductis per L & X, medio ipſius AC, normalibus in CR, quæ productæ occurrant ipſi CN itidem productæ in α & in W, per X adhuc ducatur $X\gamma$ parallela ipſi CN, tum ſi centro γ, radio $\alpha\gamma$, fiat in productâ CR ſectio β; dico eſſe $L\beta = g$ ſeu $\sqrt{\left[\frac{4acvv + 4bcvy + 16ccvv}{y}\right]}$.

Demonſtratio. TX eſt parallela ipſi AR cùm ſit utraque normalis in CR, at eſt $CX = \frac{1}{2}CA$, erunt ergo ob ſimilia Δla CTX, CAR etiam $TX = \frac{1}{2}AR$ ſeu $\frac{1}{2}b$; & $CT = \frac{1}{2}CR$ ſeu $\frac{1}{2}a$; Pariter ob ſimilia Δla TCW, BOC hæc erit analogia $CO = y . BO = v :: CT$ ſeu $\frac{1}{2}CR = \frac{1}{2}a . TW = \frac{\frac{1}{2}av}{y}$. Quare XW ſeu TX + TW erit $\frac{1}{2}b + \frac{\frac{1}{2}av}{y}$ ſeu $\frac{\frac{1}{2}by + \frac{1}{2}av}{y}$ æquale etiam rectæ $\alpha\gamma$. Sed ob ſimilia Trigona COB, CLα etiam hæc erit analogia $CO = y . BO = v :: CL = 4c . L\alpha = \frac{4cv}{y}$; itaque recta $L\gamma$, utpo-

utpote $L\alpha = \alpha\gamma$, erit $\frac{4cv - \frac{1}{2}by - \frac{1}{2}av}{y}$. Aſt centro γ radio $\alpha\gamma$ fuerat facta ſectio β; Ergo $L\beta\,\square$ per 47. 1 erit $\square\,\alpha\gamma$ ſeu $\frac{\frac{1}{2}by + \frac{1}{2}av}{y}$ minus $\square\,L\gamma$ ſeu $\frac{4cv - \frac{1}{2}by - \frac{1}{2}av}{y}$ idque reperietur $\square\,L\gamma = \frac{4acvv + 4bcvy - 16c^2v^2}{yy}$ ſeu gg. Q. E. D.

Hic autem eſt notandum, valores quantitatum ee; dd; gg; jam conſtructos ſemper fore poſitivos ac propterea in Fig. 5. Curvam Loci I. RZB cadere ſemper totam ad eandem axis CB partem; quod autem ad reliquas tres ſpectat quantitates ff; nn; mm; adhuc conſtruendas, ſtatim docebit ipſa Conſtructio, illarum valores modo poſitivos fore modo negativos, prout in Fig. 3. fuerit mutatus valor ipſius CO ſeu y, unde ſequitur etiam, valorem ipſius z, inventum juxta Locum II. reductum $z = \frac{ddnnv + eemmv}{eegg \pm ddff}$ fore negativum, cum ſigna — prævaluerint ſive in ſolo numeratore, ſive in ſolo denominatore, ac propterea in Fig. 5. Curva Loci II. DZE ab axe CB partim hinc cadet partim inde, ipſumque adeò ſecabit axem, imo punctum etiam in illa inflectionis occurret, ſed conſtruere pergamus, & quidem in Fig. 3.

Pro valore f ſeu

$$\sqrt{\left[\frac{11aayy - 22abvy + 11bbvv - 4ccyy - 2bcvy + 2acyy - 9ac^3}{y}\right]}.$$

III. *Conſtructio.* Fiat $C\varphi$ æqualis & normalis in CS atque diſtantia ex S in φ feratur ex C in ϖ; poſtea ducta in B, BY normali in CR, ſupra CN fiat $C\pi = 4CO$, & $C\omega = 3CY$; atque etiam $C\sigma = 3CR$; tum ductâ $\pi\sigma$, ipſique per ω parallela $\omega\eta$, è puncto ϑ medio ipſius CS intervallum ſumatur $\vartheta\eta$ quod ex C in μ transferatur, & centro v intervallo $\vartheta\eta + 2BC$ fiat ſectio ρ; Tum ſi eveniat, quod hic pro præſenti aſ-

ſumto

ſumto ipſius y valore occurrit, nempe ut intervallum ex ϖ in 7 excedat $C\rho$, centro ρ & intervallo ϖ ad 7 ſectio fiat Σ, atque eô caſu dico, eſſe $C\Sigma q = + ff$ ſeu $\frac{11aayy - 22abvy + 11bbvv - 4ccyy - 2bcvy + 2acyy - 9ac^3}{yy}$ atque ideo in reducto Loco noſtro erit ſignum $- ddff$.

Sin autem accidat, ut intervallum ϖ ad 7 ſit ipſi $C\rho$ æquale, eô caſu erit $C\Sigma q$ ſeu $ff = 0$, atque ideo terminus Loci $ddff$ evaneſcet.

Denique ſi contigerit, ob mutatum ipſius y valorem, ut intervallum ϖ ad 7 minus ſit ipſa $C\rho$, tum translató hoc intervallo ϖ ad 7 ex C in quoddam punctum K, ac centro demum K intervallo $C\rho$ ſectio illa fiat Σ, eo tum caſu dico fore $C\Sigma q = - ff$ ſeu $\frac{-11aayy + 22abvy - 11bbvv + 4ccyy + 2bcvy - 2acyy + 9ac^3}{yy}$ atque in reducto Loco tum fore ſignum $+ ddff$; namque eo caſu eſſet in Loco noſtro; minus $+ dd \times - ff$, quod valet $+ ddff$.

Demonſtratio. Ut demonſtremus $C\Sigma\square$ æquale eſſe ff; Conſideretur modo expreſſionem valoris ff nihil aliud eſſe, præter $\frac{11aayy - 22abvy + 11bbvv}{yy}$ minus $\frac{4ccyy + 2bcvy - 2cayy + 9ac^3}{yy}$; quare in eô âcquieſcemus, dum oſtenderimus primò, $\square$ tum diſtantiæ ϖ ad 7 eſſe $\frac{11aayy - 22abvy + 11bbvv}{yy}$, & ſecundò $\square C\rho$ eſſe $\frac{4ccyy + 2bcvy - 2acyy + 9ac^3}{yy}$.

At primò quidem, quod ſæpius jam monuimus, eſt $CS = \frac{ay - bv}{y}$, & facta eſt $C7 = 3CS$, ergo $C7\square = 9CSq$. ſeu $\frac{9aayy - 18abvy + 9bbvv}{yy}$; dein translata eſt CS ex C in Φ, & facta $C\varpi$ æqualis diſtantiæ S ad Φ, quare erit $C\varpi\square = 2CSq$ ſive $\frac{2aayy - 4abvy + 2bbvv}{yy}$ & conſequenter per 47. l. 1. $\square$ diſtantiæ ϖ ad 7 erit $C7q$. ſeu $9CSq + C\varpi q$ ſeu $2CSq$ id eſt, $\frac{11aayy - 22abvy + 11bbvv}{yy}$.

Quod poſtmodum ad ſecundum ſpectat, facta fuit BY normalis in CR, ergo cum in $\triangle$lo Rectangulo CBY cadat ex angulo recto in B, normalis BO in CY; erit $\div$ CO $= y$. CB $= c$. CY $\frac{cc}{y}$; unde eſt CO . CY :: $yy . cc$. ſed eſt facta C$\pi = 4$CO; & C$\omega = 3$CY; ergo erit Cπ . Cω :: $4yy . 3cc$; Deinde cùm facta ſit C$\sigma = 3$CR ſeu $3a$, & ductâ $\pi\sigma$, ipſi per ω ſit parallela $\omega\eta$; erit itaque hæc analogia $4yy . 3cc$ :: Cπ . Cω :: Cσ $= 3a$. C$\eta = \frac{9acc}{4yy}$. Exinde ϑ medium eſt ipſius CS ſumtum, ergo Cϑ eſt $\frac{1}{2}$ CS ſeu $\frac{1}{2}a - \frac{\frac{1}{2}bv}{y}$; proindeque $\vartheta\eta$, quæ eſt Cη — Cϑ erit $\frac{9acc}{4yy} + \frac{\frac{1}{2}bv}{y} - \frac{1}{2}a$; Poſtremo etiam facta eſt C$v = \vartheta\eta$, & centro v, radio $\vartheta\eta + 2$BC ſectio ρ facta eſt, ſi itaque duceretur recta $v\rho$, illa foret $2c + \frac{9acc}{4yy} + \frac{\frac{1}{2}bv}{y} - \frac{1}{2}a$; ergo per 47. 1. $\square$tum rectæ $v\rho$ ſeu ipſius $2c + \frac{9acc}{4yy} + \frac{\frac{1}{2}bv}{y} - \frac{1}{2}a$ minus $\square$to ipſius Cv ſeu $\vartheta\eta = \frac{9acc}{4yy} + \frac{\frac{1}{2}bv}{y} - \frac{1}{2}a$ quod reddet $\frac{4ccyy + 2bcvy - 2acyy + 9ac^3}{yy}$, debet æquale eſſe $\square$to Cρ. Q. E. D.

Pro valore *m* ſive

$$\sqrt{\left[\frac{2aayy - 4abvy + 2bbvv - 14bcvy + 14acyy - 12ac^3 + 12c^4 - 16ccyy}{y}\right]}.$$

IV. *Conſtructio.* Fiat CH $=$ 2CO; & C$\psi =$ BR, ducatur Hψ ipſique per ω parallela ωQ, deinde feratur $\frac{7}{4}$CS ex C in D, atque DQ ex C in E, tum centro E fiat ſectio F intervallo CL + CE ſi ſit CD minor quam CQ, contra fiat ſectio F intervallo CL — CE ſi ſit CD major quam

quam CQ, ut hic accidit, tum è duorum punctorum ϖ ſeu F propiori ad C ut centro, ac radio diſtantiæ ipſius C ad remotius è duobus hiſce punctis ϖ vel F ſectio fiat G; Tum ſi fuerit, ut hic contingit, punctum F remotius à C tum dico fore CGq $= -mm$, quod eſt

$$\frac{-2aayy + 4abvy - 2bbvv + 14bcvy - 14acyy + 12ac^3 - 12c^4 + 16ccyy}{yy}$$

ac ſic aderit in Loco reducto ſignum $+ eemmv$.

Sin autem fuiſſet punctum ϖ remotius à C, tum dico fore CGq $=$ $+mm$ atque tum in Loco reducto fuiſſet ſignum $-eemmv$.

Demonſtratio. Sicut præcedenti jam dictum eſt articulo, habemus CO . CY :: $yy . cc$ & facta eſt CH $= 2$CO, & C$\omega = 3$CY hinc patet eſſe CH . Cω :: $2yy . 3cc$, ſed etiam translata eſt BR quæ eſt $a - c$ ex C in ψ atque ducta Hψ, ipſi per ω ducta eſt parallela ωQ; quare erit analogia CH . Cω :: $2yy . 3cc$ :: C$\psi = a - c$. CQ quæ ideo eſt $\frac{3acc - 3c^3}{2yy}$; ſed etiam dictum jam fuit, eſſe CS $= \frac{ay - bv}{y}$; ideoque cùm ſit facta CD $= \frac{7}{4}$CS erit CD $= \frac{7ay - 7bv}{4y}$; ac differentia CQ ad CD erit $\frac{3acc - 3c^3}{2yy} - \frac{7ay + 7bv}{y}$ æqualis CQ—CD ſeu DQ, at notandum eſt, hic ubi CQ minor eſt quam CD eſſe propterea $\frac{3acc - 3c^3}{2yy} - \frac{7ay + 7bv}{} = -$DQ, cùm contra hujus expreſſionis valor eſſet poſitivus, valeretque $+$ DQ, ſi CQ excederet DC. Dein eſt facta CE $=$ DQ; atque ſectionem F, centro E radio CL—CE fieri juſſum eſt, ſi CD excedit CQ, cùm itaque ſit CL $= 4c$; atque hic DQ ſeu EC eſt negativa, ergo hic radius CL—CE valebit $4c \frac{+3acc - 3c^3}{2yy}$ $\frac{-7ay + 7bv}{4y}$; at dictum etiam fuit, ſi CD eſſet minor quàm CQ tum eſſe faciendam ſectionem F radio CL $+$ CE, unde patet eandem quantitatem $4c + \frac{3acc - 3c^3}{2yy} - \frac{7ay + 7bv}{4y}$ etiam tum fore CL$+$CE tunc enim foret

 valor

valor ipſius DQ ſeu $\frac{3acc - 3c^3}{2yy} - \frac{7ay + 7bv}{4y}$ poſitivus. Unde ſequitur per 47. 1. CFq fore utroque caſu ſemper idem, ſcilicet □tum radii hujus $4c \frac{+3acc - 3c^3}{2yy} - \frac{7ay + 7bv}{4y}$, minus □to ipſius CE ſeu $\frac{3acc - 3c^3}{2yy} - \frac{7ay + 7bv}{4y}$; quod autem reddet $CFq = \frac{16ccyy - 12c^4 + 12ac^3 - 14acyy + 14bcvy}{yy}$.

Poſtea vero oſtenſum etiam eſt, præcedenti articulo, eſſe □ $C\varpi$ æquale $\frac{2aayy - 4abvy + 2bbvv}{yy}$; At dictum hic eſt, faciendam eſſe ſectionem G è puncto ex duobus ϖ vel F propiori ad C ut centro, atque diſtantiæ intervallo remotioris à C; cùm itaque hic fuerit facta ſectio G centro ϖ & radio CF, denuo patet per 47. 1. CGq eſſe CFq. — $C\varpi$q. ſeu

$$-mm = \frac{-2a^2y^2 + 4abvy - 2b^2v^2 + 14bcvy - 14acy^2 + 12ac^3 - 12c^4 + 16c^2y^2}{yy}$$

quod ſi verò $C\varpi$ exceſſiſſet CF, ac tum fuiſſet facta ſectio G, centro F, radio $C\varpi$, tum foret $CGq = C\varpi q - CFq$ ſeu $+mm$. Q. E. D.

Pro valore n ſive

$$\frac{\sqrt{[-5aayy + 10abvy - 5bbvv + c^4 + 2acyy + 2ac^3 - 2bcvy]}}{y}.$$

V. *Conſtructio.* Tandem productâ AR dum productæ itidem CN occurrat in μ, fiat $C\lambda = C\mu + CN$, ac centro λ, intervallo $C\lambda + CY$ fiat ſectio ξ; tum facta etiam $C\varepsilon = 2CS$, ſi diſtantic S ad ε excedit $C\xi$, ſicut hic contingit, fiat centro ξ, radio diſtantiæ S ad ε ſectio $\int$; dico hic eſſe quadratum $C\int$ æquale $-nn$ ſeu $\frac{5aayy - 10abvy + 5bcvv + 2bcvy - 2ac^3 - 2acyy - c^4}{yy}$ & adeſſe in Loco reducto ſignum $-ddnnv$.

At ſi mutato ipſius y ſeu CO valore, diſtantia S ad ε minor fuiſſet quàm $C\xi$ transferenda hæc fuiſſet diſtantia ex C in quoddam punctum I,

ac

ac tum centro I, radio $C\xi$ facienda illa ſectio Γ; atque eô caſu dico fore $\square C\int = + nn$, atque in Loco reducto tum foro ſignum $+ ddnnv$.

Demonſtratio. Expreſſionem ipſius nn inſpiciendo, primâ ſtatim fronte fiet manifeſtum, eſſe ipſam nil niſi $\frac{c^4 + 2acyy + 2ac^3 - 2bcvy}{yy}$ minus $\frac{5aayy - 10abvy + 5bbvv}{yy}$; ſed jam vidimus, eſſe $CS = \frac{ay - bv}{y}$, hinc liquet ipſius nn portionem hanc $\frac{5aayy - 10acvy + 5bbvv}{yy}$ eſſe $5CSq$. Quare cùm ſit facta $C\varepsilon = 2CS$ conſtat per 47. 1. $\square$tum diſtantiæ S ad ε eſſe $5CSq = \frac{5aayy - 10abvy + 5bbvv}{yy}$. Sed pro altero ipſius nn membro, cùm fuerit AR producta, donec ipſi CN occurrat in μ, ſequitur ob ſimilia $\triangle$la OCB, $CR\mu$ eſſe $CO = y . CB = c :: CR = a . C\mu$, quæ ideo erit $\frac{ac}{y}$, ſed per ipſas denominationes eſt $CN = \frac{ay - bv}{c}$, atque eſt facta $C\lambda = C\mu + CN$; eſt itaque $C\lambda = \frac{ac}{y} + \frac{ay - bv}{c}$; Poſtmodum centro λ, radio $C\lambda + CY$ eſt facta ſectio ξ, & ut artic. 3. jam dictum, eſt $CY = \frac{cc}{y}$; quare hic radius $C\lambda + CY$ erit $\frac{ac + cc}{y} + \frac{ay - bv}{c}$. At per 47. 1. $\square$tum $C\lambda + CY$ ſeu ipſius $\frac{ac + cc}{y} + \frac{ay - bv}{c}$ id eſt diſtantiæ λ ad ξ, minus $\square$to $C\lambda$ ſeu ipſius $\frac{ac}{y} + \frac{ay - bv}{c}$ æquale erit $\square$to $C\xi$, id autem reddet $\frac{c^4 + 2acyy + 2ac^3 - 2bcvy}{yy}$, alteram videlicet valoris nn partem; Hinc autem patebit denuo per 47. 1. cum ſit facta ſectio $\int$, centro ξ, intervallo diſtantiæ S ad ε, debere $\square$tum $C\int$ æquari $\square$to $\xi\int$ ſeu diſtantiæ S ab ε quod, ut vidimus, eſt $\frac{5aayy - 10abvy + 5bbvv}{yy}$ minus $\square$to $C\xi$

quod

quod eſt $\frac{c^4 + 2acyy + 2ac^3 - 2bcvy}{yy}$, adeoque erit Cſq. æquale $-nn$ ſive $\frac{5aayy - 10abvy + 5bbvv - c^4 - 2acyy - 2ac^3 + 2bcvy}{yy}$; Pariterque ſi C$\xi$ major fuiſſet diſtantiâ S ab ε, atque hâc diſtantiâ ex C in I translatâ, fuiſſet centro I radio Cξ facta ſectio illa ſ, tum adhuc per 47. 1. foret Cſq. $= + nn$ ſeu $\frac{-5aayy + 10abvy - 5bbvv + c^4 + 2acyy + 2ac^3 - 2bcvy}{yy}$. Q. E. D.

Nunc tandem, ope Figuræ hujus tertiæ, inventis cognitisque 2di Loci noſtri tam veris ſignis, quæ ergo, hôc in caſu erunt $z = \frac{-ddnnv + eemmv}{eegg - ddff}$, quàm veris etiam quantitatum ſuarum valoribus, ſequentibus ſcilicet hic in margine appoſitis, extemplo etiam planum fit, valorem z 2di Loci hoc noſtro in caſu fore poſitivum, quandoquidem tam in numeratore quàm in denominatore fractionis $\frac{-ddnnv + eemmv}{eegg - ddff}$ ſigna + ſignis — prævalebunt, quippe cum inventarum maxima SV $= e$ reperiatur utrôque in termino poſitivo $eemmv$ & $eegg$, ita ut nunc poſtremo ipſius $z = \frac{-ddnnv + eemmv}{eegg - ddff}$ valorem quem obtinebit in hâc hypotheſi ipſius y, exhibere, non fuerit arduum; levi enim opera id fiet, per finalem hanc tandem Conſtructionem.

in Fig. 3.
SV $= e$;
SL $= d$;
C$\Sigma = f$;
L$\beta = g$;
CG $= m$;
Cſ $= n$;

Finalis Conſtructio 2di Loci noſtri reducti $z = \frac{-ddnnv + eemmv}{eegg - ddff}$.

v. Fig. 4. Ductis ad angulos rectos binis AC, EI, fiant ibi PA $= e$; PB $= d$; PC $= f$; & PD $= n$; ſi ductâ AB, ipſi per C & D parallelæ ducantur CK, DL, tum ſtatim patet ob ſimilia Δla PAB, PCK fore PK $= \frac{df}{e}$, quam vocemus

cemus k; unde ſequitur $ek = df$ ſeu $eekk = ddff$; ut & etiam ob ſimilia △la PAB, PDL, fore $PL = \frac{dn}{e}$ quæ dicatur l; unde erit $el = dn$ ſeu $eell = ddnn$; quibus in æquatione ſubſtitutis, evadet ea $z = \frac{-llv + mmv}{gg - kk}$.
Deinde facta in Fig. 4. tam KE quàm $KF = g$; erit $PE = g + k$; & $PF = g - k$; centro L, intervallo m fiat ſectio G, & erit $PG = \surd[mm - ll]$, tum ducta EG, & in ipſam normali GI, aderit Progreſſio $\div PE = g + k$. $PG = \surd[mm - ll]$. $PI = \frac{mm - ll}{g + k}$ ita ut ſumtâ denique ex Fig. 3. BO ſeu v, eâque in Fig. 4. translatâ ex P in H, ſi ducatur FH, ipſique per I parallela IM, erit ob ſimilia △la PFH, PIM hæc analogia; $PF = g - k$. $PH = v :: PI = \frac{mm - ll}{g + k}$. PM quæ ideo erit valor ipſius $z = \frac{mmv - llv}{gg - kk}$ ſeu $\frac{-ddnnv + eemmv}{eegg - ddff}$ ſecundi Loci reducti, & hæc quidem PM ſeu z eadem redit quæ jam prodierat PM primi Loci in Fig. 3. quandoquidem, cùm in Conſtructionibus noſtris voluerimus ſtudio verum valorem y ſeu CO Fig. 1. adhibere, uterque etiam Locus ut verum nobis ipſius z ſeu NG Fig. 1. valorem redderet, neceſſe erat.

Sed ſi in Fig. 1. arcus Br, intra quem limites ſunt omnium y ſeu CO in tres quatuorve ad ſummum partes eſſet diviſus, atque ita cum tribus quatuorve diverſis valoribus y conſtruerentur valores z juxta utrumque Locum, ut factum modo eſt Fig. 3. & 4. obſervando nempe ſemper, ut hic fecimus, in conſtructione cujusvis ex his quantitatibus e; d; g; f; m; n; quodnam harum ſingulis ſignum competat, in quâlibet ipſius y ſeu CO hypotheſi, tum illico apparebit valores z ſecundi Loci partim poſitivos eſſe partim negativos, namque hôc in Loco reducto $\frac{\pm ddnnv \pm eemmv}{eegg \pm ddff}$ poſitivi termini excedent ac prævalebunt negativis ſive, quò idem efficitur, negativi poſitivis, modo in ſolo numeratore, vel denominatore ſolo, quo caſu erit valor ipſius z negativus; modò in utrôque & numeratore & denominatore prævalebunt poſitivi negativis, ſeu, quò idem

 effici-

efficitur, negativi poſitivis, & caſu illo erit valor ipſius z poſitivus; quapropter ſic omnes poſitivi valores z in Fig. 5. ad eandem axis CB partem vergent, verſus quam tendunt valores z primi Loci; contra verò tendet altera pars negativorum valorum z ſecundi Loci ad axis partem oppoſitam atque omnino ut hic eſt videre in Fig. 5. referet I. Locus Curvam RZB totam ad partem axis CB eandem cadentem, contra ſecundus Locus Curvam DZE referet cadentem ad axis partem utramque.

Notare etiam hic expedit, ubi in Loco ſecundo reducto erit conſtruenda $z = \frac{mmv - llv}{gg - kk}$ cùm negativa fuerit, id eſt, cùm vel $gg - kk$ fuerit negativum, vel $mm - ll$, tum ne ſcrupuli quid laborisve obrepat, obſervari conveniet ſi ex. gr. k excedit g, tum quidem eſt $gg - kk$ ſimpliciter negativa quantitas, at cùm ejus radix $\sqrt{[gg - kk]}$ linea ſit imaginaria, nec ideo conſtructibilis, vitandum eſt, ne hæc $\sqrt{[gg - kk]}$ conſtructionem ingrediatur, cui fini hoc notari ſuffecerit; cum fuerit $gg - kk$ negativa, tum erit poſitiva hæc $mm - ll$, ſecus enim, non foret negativus valor z, adeoque & poſitiva erit $\sqrt{[mm - ll]}$, eô itaque caſu, ſumatur ipſis $g + k$ & $\sqrt{[mm - ll]}$ tertia proportionalis $\frac{mm - ll}{g + k}$, tum licet ſit $g - k$ negativa, nihil id impediet, quo minus z obtineatur, ſumendo his tribus 4tam proportionalem, $g - k . \frac{mm - ll}{g + k} :: v . \frac{mmv - llv}{gg - kk}$ ſeu $-z$.

Pariter ſi ſit $z = \frac{mmv - llv}{gg - kk}$ negativa, ſed eò quod l excedit m, ſeu quia eſt $mm - ll$ negativa, erit ergo tamen poſitiva quantitas $gg - kk$, tum ut vitetur quantitas $\sqrt{[mm - ll]}$ quæ conſtrui nequit, utpote imaginaria, ſumatur illo caſu ipſis $m + l$ & $\sqrt{[gg - kk]}$ tertia proportionalis, $\frac{gg - kk}{m + l}$ &, quamvis tum ſit $m - l$ negativa, nil id vetat, quo minus eadem denuò z obtineatur, ſumendo 4tam proportionalem his tribus, $\frac{gg - kk}{m + l} . m - l :: v . \frac{mmv - llv}{gg - kk}$ ſeu $= -z$.

Corol-

Corollarium V. *Fig. 6.*

Sic itaque conſtat, cùm quæſitum △lum DEF Obliquangulum fuerit, ſive ſit Amblygonium ſive Oxygonium, Problema hoc admodum eſſe elatum; ſed ſi Triangulum hoc DEF quæſitum fuerit Rectangulum, ut in Fig. 6. tum Problema longe evadet ſimplicius, extemplo enim planum fiet, cùm data fuerint tria puncta A, B, C ex aliquo Rectangulo Triangulo DEF, quâ ratione dignoſci ſimul & conſtrui etiam poſſit, ſequentem nimirum in modum.

Conſtructio. Datum in Fig. 6. Triangulum ABC invertatur in alteram ab latere medio AB partem, faciendo nempe centro A, radio AC arcum in R, ab alio ſectum arcu, deſcripto centro B, radio BC, per ſectionem hanc R & per A ducatur indefinita AR; in quam ex B normalis demittatur BI; Poſtmodum in Q medio ipſius AB normaliter erigatur QP æqualis QB, atque diſtantia BP transferatur ex I in G, tum ex C demiſſâ in AG normali CN, ſi ipſa ex AG abſcindat partem NG, æqualem $\frac{1}{3}$ AG; dico tunc quæſitum △lum DEF eſſe debere Rectangulum in A, ac pro ipſo obtinendo, producenda modo erit PQ in O, ita ut ſit QO = QP, tum ductis per A, O, & A, P indefinitis AO, AP, & in G ſupra AG normali erectâ indefinitâ, quæ priores duas AO, AP ſecet in D & E, erit △lum DEF in A Rectangulum quæſitum.

Demonſtratio. *Fig. 6.*

Cum per Lemma I. ſit evidens, A punctum, quod à reliquis datis duobus B & C eſt remotiſſimum, ſemper fore interſectionem normalium, atque hic in Fig. 6. etiam ſit præterea per ſe manifeſtum, punctum illud A in caſu △li quæſiti Rectanguli DEF incidere ſemper in ipſum verticem F anguli recti EFD, conſtat itaque hoc caſu in Fig 1. & 2. rectam FG fieri AG, & FB congruere cum AB, & FC evadere AC; Unde ſtatim ſequitur, in Fig. 6. angulum GAB, quem normalis FG cum dato latere AB medio facit, ſemper fore æqualem angulo dato BAC; Etenim △lum DEF cùm ponatur in F Rectangulum, ergo recta FH biſecans hypothenuſam DE, eò ipsò æquabitur ipſi HD ſeu HE ſemi-hypothenuſæ, cum per 31. tertii ſit H centrum circuli △lo DEF circumſcripti. At ſi ſit

FH = DH, etiam erit angulus HFD æqualis angulo HDF; ſed cùm ſit △lum DEF Rectangulum in F, erit porro etiam illud, ob normalem FG per 8. ſexti, ſimile △lo FGE, atque hinc angulus EFG æqualis angulo D, quare cùm angulorum horum HFD & GFE uterque æquetur huic angulo D, erunt ipſi & inter ſe æquales; *Porro* ſcimus rectam BF etiam biſecare angulum DFE, & angulum hinc BFE eſſe æqualem BFD, ergo ſi ab his æqualibus æquales demas angulos HFD, & GFE, reliqui etiam anguli BAC, BFG æquentur neceſſe eſt. Eapropter fuit dictum, eſſe datum Triangulum ABC ad alterum ab dato latere medio AB partem invertendum in ABR, quo vera obtineretur poſitio normalis FG. Ut & veram autem ipſius FG longitudinem habeamus, notandum quod jam dictum, B eſſe per 4. quarti, centrum circuli △lo DEF Rectangulo inſcripti, quare cùm BF angulum biſecet in F rectum, ſi ut dictum, ex Q medio AB, fiant QP, QO æquales BQ, ac in ipſam normales, eò ipſo rectæ AO, AP veram jam habebunt poſitionem quæſitorum laterum FD, FE; Porro BO, BP cùm radii eſſe debeant circuli illius △lo quæſito Rectangulo DEF inſcripti, hinc patet, ſi ut dictum, ducatur BI normalis in FR, cùm ea BI ſitum obtineat quæſitæ hypothenuſæ DE parallelum, tum etiam eſſe debere, FI cum radio illo BP ſeu FI + IG veram ipſius quæſitæ FG longitudinem; At etiam fuit dictum, cùm punctum C eſſet △li quæſiti centrum gravitatis, hinc debere eſſe CH = $\frac{1}{3}$FH, & proinde etiam NG = $\frac{1}{3}$FG; ſi itaque, juxta Conſtructionem ducta ſit CN normalis in inventam FG, faciatque revera NG æqualem $\frac{1}{3}$ FG, id utique erit indicio, ut diximus, quæſitum △lum DEF fore Rectangulum in F, ut & eſſe FG normalem, quæ in ipſius hypothenuſam cadit, atque ſic erectâ ſecundum Conſtructionem, ſupra FG normali in G indefinita, quæ productis AO, AP occurrat in D & E, tum △lum in F Rectangulum DFE ſit quæſitum, oportet. Q. E. D.

Corollarium VI.

Fig. 7. 8. Sed ſi quæſiti cujuſdam △li Iſoſcelis DEF eſſent puncta tria data A, B, C tum liquet etiam extemplo, ex ipſis datis facile Caſum eum dignoſci, quandoquidem puncta ipſa data tum in directum fuerint ſemper diſpoſita, idemque eô etiam Caſu obtinebit, quod demonſtratum fuit Lem-

Lemmate I. in Caſu ſcaleni, nimirum è datis tribus punctis A, B, C interſectionem C rectarum latera biſecantium ſemper maximo lateri fore proximam, contra vero, ab eodem latere remotiſſimam fore interſectionem A trium normalium. At hoc in caſu Iſoſcelis △li æque ac vidimus in Rectanguli Caſu, Problema itidem plurimum eo deprimetur, longeque reddetur ſimplicius, quippe cum Planum modo hoc Caſu ſit futurum Problema, ut ſic eſt videre.

Sunto in Fig. 7. & 8. $AB = a$; $AC = b$; GD ſeu $GE = y$ & $AG = z$; atque ita $BC = z + a$ in Fig. 7. at $z - a$ in Fig. 8; atque $CG = z + b$ in Fig. 7. & $z - b$ in Fig. 8. Cùm autem Triangulum Rectangulum utrumque GAD, GEF ſimile debeat eſſe eidem △lo DEQ, erit pro FG hæc analogia $GA = z . GD = y :: GE = y . GF = \frac{yy}{z}$; quare per 47. l. 1. erit DF ſeu $EF = \sqrt{[yy + \frac{y^4}{zz}]}$ ſeu $\frac{y}{z} \sqrt{[zz + yy]}$, eôque primæ jam Problematis conditioni eſt ſatisfactum, quâ requiritur ut in A ſeſe tres normales decuſſent.

Ut conditioni ſecundæ fiat ſatis, juxta quam in B ſeſe debent decuſſare quæ rectæ tres angulos biſecant; Quem in finem erit hæc modo per 3. ſexti facienda proportio; $GD = y . FD = \frac{y}{z} \sqrt{[yy + zz]} :: GB = z \pm a . FB = \frac{z \pm a}{z} \sqrt{[yy + zz]}$ quod primam nobis ſuppeditat æquationem $\frac{yy}{z} = FG = z \pm a + \frac{z \pm a}{z} \sqrt{[yy + zz]}$ ergo $yy = zz \pm az - [z \pm a] \sqrt{[yy + zz]}$, atque inde $yy \mp az - zz = [z \pm a] \sqrt{[yy + zz]}$; & utrinque quadrando erit $yyzz + z^4 \pm 2ayyz \pm 2az^3 + aayy + aazz = y^4 \mp 2ayyz - 2yyzz + aazz \pm 2az^3 + z^4$; unde ſi utrinque tollatur $z^4 \pm 2az^3 + aazz$; habebimus $yyzz \pm 2ayyz + aayy = y^4 \mp 2ayyz - 2yyzz$, cunctisque per yy diviſis, erit tandem $zz \pm 2az + aa = yy \mp 2az - 2zz$; ergo $yy = 3zz \pm 4az + aa$; & $y = \sqrt{[3zz \pm 4az + aa]}$ atque ideo FG quæ erat $\frac{yy}{z}$, eſt $\frac{3zz \pm 4az + aa}{z}$.

Tan-

Tandem denique pro conditione tertiâ, juxta quam debent in puncto C ſeſe decuſſare rectæ tria latera biſecantes, ad quod præſtandum, cùm ut ſæpius dictum, effici modo debeat C centrum gravitatis quæſiti illius $\triangle$li, id autem fiet, ponendo ſaltem $z \pm b$ ſeu CG $= \frac{1}{3}$FG per ſecundam hanc æquationem FG $= 3z \pm 3b = \frac{3zz \pm 4az + aa}{z}$ quæ erat $\frac{yy}{z}$; unde elicitur $3zz \pm 3bz = 3zz \pm 4az + aa$; ergo eſt $aa = 3zb - 4az$ in Fig. 7. & $4az - 3bz$ in Fig. 8. atque ſolutio habetur ſequens.

$$\text{AG ſeu } z = \begin{cases} \text{Fig. 7. } \frac{aa}{3b-4a} \\ \text{Fig. 8. } \frac{aa}{4a-3b} \end{cases} \text{ \& GD ſeu } y = \begin{cases} \sqrt{\left[\frac{3a^4}{9bb-24ab+16aa} + \frac{4a^3}{3b-4a} + aa\right]} \\ \sqrt{\left[\frac{3a^4}{9bb-24ab+16aa} - \frac{4a^3}{4a-3b} + aa\right]} \end{cases}$$

Id autem arguit, primò hunc Problematis Caſum impoſſibilem fore, ſi punctum datum medium B incidat in quartam partem ipſius AC, ſive quod eôdem redit, ſi 3BC fuerit æquale AB; etenim cùm BC ſit $b-a$, tunc eſſet 3BC ſeu $3b-3a$ æquale ipſi AB ſeu a, ac proinde ipſarum differentia $3b-4a$ ſeu $4a-3b$ quæ conſtituit denominatorem ipſius $z = \frac{aa}{3b-4a}$ ſeu $\frac{aa}{4a-3b}$ nihilo æqualis foret; ſecundò hoc nos docet, quæſitum $\triangle$lum fore Oxygonium ſi 3BC ſit major quàm BA, ſive ſi $3b-3a$ excedit a, cùm in Oxygonio denominator ipſius z ſeu $\frac{aa}{3b-4a}$ ſit $3b-3a$ minus a; Tertiò tandem hinc efficitur, quæſitum Triangulum fore Amblygonium, ſi 3BC ſit minor quàm AB, ſive $3b-3a$ minor quàm a; cùm in Amblygonio denominator ipſius z ſeu $\frac{aa}{4a-3b}$ ſit a minus $3b-3a$. Poſtremò æquatio noſtra Caſus hujus concinnam admodum nobis ſuppeditat Conſtructionem ſequentem.

Conſtructio. Vide Figg. 7. & 8.

Fiat ex B in I verſus A, BI $=$ 3BC, deinde etiam AI ex A in L feratur ad partem ubi C eſt, ſi 3BC excedit AB, ſin minus ad oppoſitam par-

partem, atque erigendo in A ſupra AC normalem indefinitam, fiat ibidem AK $=$ AB, ducatur LK, & in hanc normalis KG, tum ſi denuo in G ſupra AG erigatur indefinita normalis, in iſta erit poſita quæſiti $\triangle$li baſis, cujus obtinebitur longitudo DE ſeu 2DG, faciendo in eam centro A, intervallo AG $+$ BG binas ſectiones D & E; Tandem ſi in productâ GC feratur 2CG ex C in F verſus A, ſi AB excedit 3BC, ſi minus ad partem oppoſitam, rectiſque jungantur inventa tria puncta D, E, F dico ipſum quæſitum eſſe Triangulum.

Demonſtratio.

Cùm, ut jam dictum, ſit 3BC $= 3b - 3a$, eaque translata fuerit ex B in I verſus A, erit in Fig. 7. BI — BA ſeu $3b - 3a$ minus a ſive $3b - 4a$ $=$ AI, at eadem AI in Fig. 8. erit BA — BI ſeu a minus $3b - 3a$ ſive $4a - 3b$; Poſtea verò factâ AL $=$ AI, atque AK $=$ AB ſeu a; ducta fuit LK, & in hanc normalis KG; Quare tam ob $\triangle$lum Rectangulum LKG, quàm ob factam AK $= a$ normalem in AC, erit per 8. ſexti $\div\!\div$ AL $= \left\{\begin{matrix} 3b-4a. \\ 4a-3b \end{matrix}\right.$ AK $= a$. AG quæ ideo erit in Fig. 7. $\frac{aa}{3b-4a}$ in Fig. 8. autem $\frac{aa}{4a-3b}$ ſeu z. Ergo CG erit AG $+$ AC ſeu $z + c$, at fuit etiam facta CF $=$ 2CG, ergo eſt tota FG $=$ 3CG ſeu $3z + 3c$ ut fieri debebat. Deinde centro A radio AG $+$ BG ſunt factæ ſectiones D & E; atqui hæc diſtantia ex A in D ſeu AG $+$ BG in Fig. 7. erit 2AG $+$ AB, in eſt, $\frac{2aa}{3b-4a} + a$; at in Fig. 8. AG $+$ BG eſt AB $+$ 2BG, quod valet AB $+$ 2AG — 2AB ſive 2AG — AB in eſt $\frac{2aa}{4a-3b} - a$; ſed cùm per 47. l. 1. ſit ADq — AGq $=$ DGq. ſi quadrata fiant linearum AD ſeu $\frac{2aa}{3b-4a} + a$ in Fig. 7. at pro Fig. 8. ipſius AD ſeu $\frac{2aa}{4a-3b} - a$, ut & quadratum ipſius $\frac{aa}{3b-4a}$ ſeu AG pro Fig. 7. & ipſius $\frac{aa}{4b-3a}$ pro Fig. 8. apparebit illico ipſam DG eſſe in Fig. 7.

valo-

valorem ipſius y ſeu $\sqrt{\left[\frac{3a^4}{9bb - 24ab + 16aa} + \frac{4a^3}{3b - 4a} + aa\right]}$ ſed in Fig. 8. ipſam DG eſſe y ſeu $\sqrt{\left[\frac{3a^4}{9bb - 24ab + 16aa} - \frac{4a^3}{4a - 3b} + aa\right]}$, plane idipſum Q. F. E. D. E.

Corollarium VII.

Poſtremò tandem res ipſa clamat, & leviter etiam attento eſt in propatulo, ſi ponatur quæſitum Triangulum eſſe æquilaterum, tum data tria puncta in unum eſſe coitura, & quidem in centro gravitatis ipſius, atque hinc cuivis erit obvium, caſu illo Problema linqui indeterminatum.

IV.

Menſura Ungulæ à Cylindro reſciſſæ demonſtrata

à

JO. HENRICO HERTENSTEIN.

Cum nuper inter Geometrici ſtudii amatores quosdam quæſtio incideret de Ungulæ à Cylindro reſciſſæ menſura inveſtiganda: nec illam à Geometris vulgo * tradi appareret; placuit in rem iſtam aliquid operæ impendere, maxime cum quæſtionis hujus ſolutio nonnihil utilitatis vel commodi ſaltem in praxi adferre poſſit. Sic enim, qui dimetiendis varii generis ſolidis inſudant Architecti, facili negotio has columnarum vel cylindrorum partes deter-

* Unus Walliſius *Mechanic.* c. 5. Prop. XVI. eam tractavit, ſed methodo ab hac diverſa demonſtravit.

determinare poterunt. Cujus rei manifeſtum exemplum occurrit in turriculis iſtis, quæ jugis murorum per foſſas urbium munitarum ductorum eo fine imponi ſolent, ne tranſitus per ejusmodi ſummitates ulli pateat. Conſtat enim ejusmodi turricula & cacumine ſuo, quod conus eſt; & corpore ipſo cylindrico, quorum menſura ſatis nota eſt; quibus tandem duæ ejusmodi ungulæ ad utramque ſummitatis muri declivitatem inſidentes adhærent. Quodſi igitur ipſa muri ſummitas ad modum tectorum vulgarium in apicem triangularem deſinat, facile harum utrinque inſidentium ungularum ratio per ſequentia iniri, adeoque totius turriculæ ſolidum contentum, quantum in cylindro quidem datur, exacte determinari poterit. *Tab. IV.*

§. 1. Sit Cylindrus EALMN, ejusque baſis circulus EALB. ad *Fig. 1.* cujus diametrum AB. planum oblique incidens ADBC. intelligatur à Cylindro partem AEDBC. reſecare. Erit ſolidum hoc reſectum Ungula. Quæ eſt ſolidum ſub tribus ſuperficiebus comprehenſum, duabus ſc. planis, Semicirculo AEBC. & dimidia Ellipſi ADBC. atque tertia gibba ADBEA. quæ pars eſt ſuperficiei Cylindri.

§. 2. Hujus itaque corporis rationem, quam habet ad Cylindrum inveſtigaturis notandum eſt, quod paſſim à Geometris traditur & demonſtratur, Cylindrum eſſe ad Conum ejusdem baſeos & altitudinis ut 3. ad 1.

§. 3. Quodſi ergo concipiatur ex Cylindro ablatus Conus, reſi- *Fig. 2.* duum illud, quod Calicem appellare liceat, continebit duas tertias ipſius Cylindri.

§. 4. Poteſt autem Calix iſte concipi ſub figura Pyramidis, cujus baſis eſt ipſa ſuperficies externa, altitudo vero radius Circuli ejus, qui ipſius Cylindri baſis eſt; quod ex calculo ſequente patet. Sit enim Cy- *Fig. 3.* lindri ABCD. baſis Circulus, cujus radius $= r$.

circumferentia $= c$.

erit ſuperficies Circuli $\frac{1}{2} rc$.

Jam ſi altitudo Cylindri ſit $= h$.

erit ſolidum Cylindri $= \frac{1}{2} rch$.

unde ſi auferatur Conus contentus $\frac{1}{6} rch$.

reſtabit ſolidum Calici $\frac{1}{3} rch$.

R Quodſi

Quodſi jam pro Calicis hujus baſi ſumatur ſuperficies externa ch. eaque multiplicetur ut in pyramide fieri debet per $\frac{1}{3}$ r. tertiam altitudinis aſſignatæ partem, prodit idem Calicis contentum $\frac{1}{3}$ rch.

Fig. 4. §. 5. Clarius hoc porro & vel ad ſenſum patet, ſi ſecetur Calix iſte in quatuor partes æquales, quarum unaquæque pyramis erit, cujus baſis ABCD. eſt quarta pars ſuperficiei externæ Calicis; altitudo vero radius EF. vel EC.

§. 6. Hanc pyramidem ſi ſecet planum aliquod per lineas EC. & EA. directum; erit ejus pars ACDE. dimidium ungulæ quæſitæ. Nam planum hoc per dictas lineas EC. & EA. directum eſt dimidia pars Semiellipſeos ejus, quæ ungulam terminat. Talem ungulam dimidiatam exhibet fig. 8. pars Cylindri LMOP.

Fig. 4. §. 7. Eſt autem pars hæc ſolida ACDE. ad alteram partem ſolidam ABCE. ut baſis ACD. ad baſin ACB. quoniam utraque ſolida ſunt pyramides ejuſdem altitudinis: & ex eadem ratione pars ſolida ACDE. eſt ad quartam partem Calicis fig. 4. exhibitam, ut baſis ejuſdem partis ſolidæ ad quartam partem ſuperficiei externæ Calicis.

§. 8. Ut itaque conſtet, quænam ſit baſis hujuſmodi dimidiæ ungulæ ACDE. ducatur per Cylindri ABED. medietatem alteram ACFE. linea recta AF. ſectionem ungulæ AFE. repræſentans, & intervallis CG, FH. CI, FK. CL, FM. &c. determinatis pro ratione quotlibet Sinuum e.g. per denos aut quinos gradus ſumptorum ducantur rectæ GH. IK. LM. &c. ſecantes ipſam AF. in punctis z. a. b. c. d. &c. Porro fiat rectangulum ABCD: cujus altitudo AC. ſit æqualis altitudini Cylindri fig. 5. AE. ſed AB. vel CD. ſit ad DE. fig. 5. ut quarta pars peripheriæ eſt ad diametrum; erit hoc rectangulum ABCD. planum evolutum quartæ partis ſuperficiei Cylindri AEFC. Hujus rectanguli ABCD. latera AB. & CD. dividantur pro ratione graduum, qui correſpondent ſinubus fig. 5. aſſumptis; ducanturque rectæ EF. GH. IK. &c. Jam ſi fiant FL. HM. KN. &c. fig. 6. æquales ipſis Hz. Ka. Mb. &c. fig. 5. vel, quod eodem redit, reliqua reliquis nempe EL. GM. IN. ipſis Gz. Ia. Lb. &c. erunt puncta L. M. N. &c. per quæ tranſit Curva CNMLB. intra quam rectas AC. AB. quod comprehenditur ſpatium, baſis eſt dimidiæ ungulæ propoſitæ. Quod ex ipſa figuræ conſtructione manifeſtum eſt.

(Margin: Fig. 5. Fig. 6.)

§. 9.

§. 9. Quodſi jam per puncta quævis inventa N. M. L. hujus Curvæ ducantur rectæ NO. MP. LQ. &c. ipſi AB. vel CD. parallelæ; erunt illæ æquales arcubus bf. ag. zh. in baſi gibba ungulæ dimidiatæ ad easdem altitudines occurrentibus. Unde jam patet ungulæ dimidiatæ ſolidum eſſe ad quartam partem Calicis, ut ſuperficies CNMLBA. ad rectangulum ABCD.

§. 10. Ut autem appareat, quænam ſit ratio ſpatii CNMLBA. ad rectangulum ABCD. Sit AE. fig. 5. æqualis ipſi EF. fiatque fig. 7. rectangulum ABCD. cujus baſis CD. æquat fig. 6. AC. plus AB. in quo rectangulo ſi centro C. & radio AC. fiat quadrans Circuli AEC. ducaturque pars Cycloidis ALIGD. ductis ad quasvis altitudines LK. IH. GF. &c. baſi ED. parallelis, erunt illæ per naturam Cycloidis arcubus Circuli genitoris AK. AH. AF. &c. & per §. 9. ſupr. ipſis NO. MP. LQ. fig. 6. æque altis æquales. Supponantur jam ipſæ FG. & QL. baſibus ED. AB. ita propinquæ ut partes Curvarum FE. GD. LB. degenerent in rectas; erunt trapezia FGDE. & QLBA. æqualia; ſunt enim æque alta, & ſummæ laterum oppoſitorum FG, ED. & QL, AB. ſunt æquales. Sed ex ejusmodi trapeziis infinitis reciproce æqualibus conſtant utraque ſpacia CNMLBA. fig. 6. & AKEDLA. fig. 7. ergo & tota hæc ſpatia erunt æqualia. *Fig. 7.*

§. 11. Sed quia per demonſtr. Celeb. Wolffii Tom. I. pag. 400. in Cycloide quovis caſu ſpatium ABDL. æquale eſt ſegmento Circuli AEC. calculus ſequens ipſius ſpatii Cycloidici AED. hoc noſtro caſu aream manifeſtat:

Sit enim AC $= \frac{1}{2}$ a. *Fig. 7.*

Quadrans AE $= \frac{1}{2}$ p.

CD $= \frac{1}{2}$ a $+ \frac{1}{2}$ p.

erit rectangulum ABCD $= \frac{1}{4}$ aa $+ \frac{1}{4}$ ap.

Eſt autem ſuperficies quadrantis AEC $= \frac{1}{8}$ ap.

Cui ſi addatur ſuperficies ABDL. huic quadranti æqualis i. e. $\frac{1}{8}$ ap.

Horum ſumma $\frac{1}{4}$ ap. deducta ex ſuperficie ipſius rectanguli ABCD. reſtat $\frac{1}{4}$ aa. quæ eſt ſuperficies ſpacii Cycloidici AED.

Jam vero quia fig. *6.* rectanguli latera

$AC = \frac{1}{2}a.$

$AB = \frac{1}{2}p.$

tota ſuperficies erit $\frac{1}{4}ap$. Sed ſuperficies ſpatii CNMLBA. $= \frac{1}{4}aa$.

Fig. 6. Ergo ſuperficies CNMLBA. eſt ad rectangulum ABCD. ut $\frac{1}{4}aa$. ad $\frac{1}{4}ap$. id eſt ut $a : p$. vel ut $226 : 355$. ſeu ſi proportionem Archimed. ſequi malis ut 14. ad 22. id eſt $7 : 11$.

Fig. 8. §. 12. Quodſi verò Cylindrus aliquis IKLM. ita ſecetur, ut angulus ſectionis vel minor ſit vel major ſemirecto; tunc ſit angulus iſte LOM. *Fig. 9.* e. gr. major ſemirecto. Fiat itaque fig. 9. GI = LM. fig. 8. & rectangulum GHIK. ſuperficies evoluta quartæ partis ſuperficiei Cylindri propoſiti LNMP. Erit in omni caſu ut CD. ad CE. vel CG vel CI. &c. fig. *6.* ſic GH. ad GL. vel GO. vel GR. &c. fig. 9. & rurſus ut CA. ad CQ. vel CP. vel CO. fig. *6.* Sic GI. ad GN. vel GQ. vel GT. &c. fig. 9. Quod ſchema ſequentis Calculi ſatis manifeſtum reddit. Sit enim fig. *6.*

$CD = b.$

CE vel CG. vel $CI = y.$

$CA = a.$

CQ. vel CP. vel $CO = x.$

& fig. 9.

$GH = d.$

GL. vel GO. vel $GR = u.$

$GI = c.$

GN. vel GQ. vel $GT = t.$

Erit $b : y = d : u$

$a : x = c : t$

adeoque $ab : xy = dc : ru.$

Ex eodem fonte fluit, quod trapezia infinita NMKI. &c. fig. 9. ſint ad totum ſuum rectangulum, ut trapezia infinita QLBA. fig. *6.* (quorum altitudines AQ. &c. altitudinibus IN. &c. proportionales ſunt) ad [illegible] rectangulum ABCD. Ergo & ſumma trapeziorum INML, NQPM. &c. erit

erit ad rectangulum GHIK. fig. 9. ut ſumma trapeziorum AQLB. QPML. &c. ad rectangulum ABCD. fig. 6. Adeoque Curva GSPMK. fig. 9. dividet rectangulum GHIK. eadem ratione, qua Curva ANMLB. fig. 6. dividit rectangulum ABCD. Erit itaque & fig. 9. ſpatium GIKMPS. ad totum rectangulum GHIK. ut a : p. id eſt 226 : 355. vel 7 : 11.

§. 13. Quibus ita ſe habentibus facile patet ungulam totam ſe habere ad dimidium Calicem eadem ratione id eſt ut 226 : 355. vel 7 : 11.

§. 14. Sed quia per ſuperius §. 4. tradita ſolidum Cylindri (cum quo ſcilicet ungula reſecta æqualem altitudinem habet) eſt $\frac{1}{2}$ r c h. Calicis autem ejusdem ſolidum $= \frac{1}{3}$ r c h erit ejus dimidium $\frac{1}{6}$ r c h.

Eſt vero 355 : 226. ut dimidius Calix ad ungulam,

erit igitur $355 : 226 = \frac{1}{6}$ r c h : $\frac{226}{2130}$ r c h.

vel ut $11 : 7 = \frac{1}{6}$ r c h : $\frac{7}{66}$ r c h.

Eſt itaque ungula ad Cylindrum ejusdem altitudinis 226 : 1065. vel ſervata proportione Archimed. ut 7 : 33. Q.E.D.

V.

CHRISTFR. KIRCHII Brevis Diſquiſitio,

De Eclipſi Solis, quæ à Sinenſibus, anno 7. Quangvuti notata eſt.

Controverſia de Eclipſi Solis, quam Annales Sinici, anno 7. Imperatoris ſui QUANGVUTI, ſive anno 31. Æræ Chriſtianæ vulgaris, contigiſſe produnt, eruditis non eſt ignota. Duæ omnino diverſæ de illa foventur ſententiæ. Alii enim affirmant, fuiſſe hanc eclipſin eandem, quam tempore paſſionis Sal-

ris noſtri factam, Sancti Evangeliſtæ nos docent; eo ipſo ſtatuentes, illam non fuiſſe ex numero earum eclipſium, quæ ſecundum naturæ ordinem fieri ſolent: alii vero hanc Solis obſcurationem, inter mere ordinarias eclipſes referre non dubitant, eamque probe ab Eclipſi Paſſionali diſtinguunt. Utraque pars argumenta profert, quibus Sententiam ſuam confirmare allaborat. Ea vero hic non attingam, cum ex Cel. M. Andreæ Mulleri *Diſquiſitione de Eclipſi Paſſionali*, teſtimonia pro priori: & ex Cl. Theoph. Sigefr. Bayeri libro *de Eclipſi Sinica*, pro poſteriori ſententia, argumenta peti poſſint; qui erudite ſatis prioris ſententiæ fautores ita refellit, ut controverſia tota ad finem perducta videri poſſit, niſi quidam, opinioni ſuæ ſemel receptæ, tam firmiter obhæreant, ut eam labefactatam quidem, non vero everſam exiſtiment. Brevisſime itaque totam hanc litem componi poſſe, exiſtimavi, ſi inquireretur, utrum tempore à Sinis notato, ſecundum tabulas Aſtronomicas motuum Luminarium, eclipſis Solis accidere debuerit, an minus: ut appareat, num illa ſecundum ordinem naturæ contigerit, necne.

Cum ita veritatis eſſem avidus, calculum Aſtronomicum conſului, præſertim cum jam ante hac inter M. Mullerum patremque meum, hanc ob cauſam commercium fuerit literarium (quamvis neſciam quo ſucceſſu) & ipſe Cl. Dn. Bayerus, me ad hunc laborem, amice invitaverit: quo peracto, deducta calculi, publicæ luci non indigna judicavi, cum ſola finem imponere poſſint huic controverſiæ.

Eclipſis Sinica vero, illa memorabilis, contigit, teſtimonio Annalium Sinicorum, Coupleti, Menzelii, aliorumque, *Anno 7.* QUANGVUTI, *ſive cycli Sinici XLVI. anno 28.* & notandum, omnes qui Chronologiam Sinarum tradiderunt, in eo convenire, quod primus annus imperii QUANGVUTI cadat in annum 22. Cycli XLVI. Neque minus certum eſt, Annum primum cycli XLVI. initium cepiſſe Anno quarto, æræ vulgaris Chriſtianæ, ut itaque eclipſis, de qua nunc agimus, facta ſit, anno Chriſti 31. * Non vero ſolum annus nobis deſcribitur, quo obſervata eſt hæc eclipſis, ſed menſis quoque & dies, ſcilicet *Luna 3. die ultimo.* Sciendum Sinas ab antiquisſimis temporibus, menſibus uſos

* Idem ſentiunt Cl. Vignolius, & Bayerus, ut ex hujus libro De Eclipſi Sinica, p. 34. apparet, & falluntur, qui hanc eclipſin ad A. C. 32. referunt.

uſos fuiſſe Lunaribus, (quibus etiam adhuc noſtro tempore utuntur) qui initium capiunt, ut etiam apud Judæos & Muhamedanos fieri ſolet, tempore novilunii, ſeu potius proxime ſequenti die poſt novilunium. Annum vero ab illo novilunio inchoant, quod proxime ante vel poſt illum diem exiſtit, quo Sol, medium, ſive decimum quintum gradum Aquarii occupat.

Ex tabulis Rudolphinis invenio, Anno Chriſti 31. duo novilunia ecliptica contigiſſe, alterum D. 9. vel 10. Maji, alterum die 2. vel 3. Novembris, prior eclipſis hemiſphærium terræ boreale, poſterior hemiſpærium auſtrale potisſimum affecit. * Calculis vero prioris eclipſeos accuratius diſpoſitis ex iisdem tabulis deprehenditur: Copula Luminarium in æquali diſtantia â Nodo, D. 9. Maj. 14H. 31'. 58''. temporis medii, ſub meridiano Uraniburgico, quo tempore Locus Solis & Lunæ fuit 1. ♉. 16°. 7'. 58''. Maxima vero obſcuratio facta eſt tempore medio D. 9. Maj. 14H. 29'. 29''. Locus Lunæ in orbita eo tempore fuit 1. ♉. 16°. 6'. 48''. Locus Solis 1. ♉. 16°. 7'. 52''. & Locus ☊ 1. ♉. 11°. 45'. 50''. Arcus inter centra ampliatus 24'. 35''. Semidiameter diſci terræ 58'. 44''. Semidiameter Lunæ 15'. 5''. Semidiam. ☉is 15'. 1''. Semidiam. penumbræ Lunæ 30'. 36''. Semidiam. umbræ ☽æ 0'. 4''. Horarius Lunæ à Sole verus ampliatus 28'. 22''. Æquatio Tychonica 9'. 55''. addenda ad tempus medium ut fiat tempus apparens.

Numerarunt itaque ſub meridiano Uraniburgico, cum penumbra Lunæ diſcum terræ primo attingeret D. 9. Maji 11H. 37'. 45''. poſt mer. temporis apparentis ſeu veri: cum centrum umbræ Lunæ, terræ diſcum intraret, D. 10. Maji 0H. 46'. 36''. ante meridiem. Cum tota Lunæ penumbra intra diſcum terræ illaberetur, 10. Maj. 2H. 10'. 28''. ante mer. Cum medium eſſet obſcurationis terræ, 10. Maj. 2H. 39'. 24''. a. m. Cum penumbra Lunæ, diſcum terræ deſerere inciperet, D. 10. Maji 3H. 8'. 20''. ante mer. cum diſcus terræ ab umbra Lunæ vera liberaretur D. 10. Maji 4H. 32'. 12''. a. m. & cum deſereretur ab omni penumbra D. 10. Maj. 5H. 41'. 3''. ante meridiem. Ut eſſet tota duratio 6H. 3'. 18''. Mora umbræ Lunæ 3H. 45'. 36''. & mora penumbræ 0H. 57'. 52''.

Suppo-

* Per præceptum 138. Tab. Rudolphi.

Suppoſita deinde ex recentioribus obſervationibus, Elevatione Poli Pequinenſi 39°. 54'. Sept. ejusque meridiani differentia ab Uraniburgico 6^{H}. 55'. verſus Ortum, invenio per modum projectionis, quem Dn. de la Hire pag. 44. tabularum ſuarum docet, Eclipſeos hujus initium Pequini, ſede imperatoria noſtris temporibus, factum D. 10. Maj. 7^{H}. 48'. ante meridiem. Maxima Obſcuratio 6. Digitorum 42'. contigit Hora 8. 55'. & finis 10^{H}. 19'. ut tota duratio fuerit 2^{H}. 31'. Luna obſcuravit partem diſci Solis meridionalem, ut terris auſtralioribus major debuerit apparere hæc eclipſis: quare eam ſupputavi, quanta Cantoni, celebri illo Emporio, verſus littora Sinæ auſtraliora, exſtiterit. Fuit ibi initium die 10. Maji 6^{H}. 51'. Maxima obſcuratio 7^{H}. 59'. finis 9^{H}. 26'. ante meridiem, & quantitas maximæ eclipſeos 9. Dig. 26'. Suppoſui ejus elevationem poli 23°. 10'. Sept. & differentiam à meridiano Uraniburgico 6^{H}. 41'.

Annus 28. Cycli Sinici XLVI. ſeu annus 7. Quangvuti, initium capere debuit ſecundum regulas Calendarii Sinici, Die circiter 12. Februarii, Calendarii Juliani, Anno Chriſti 31. æræ vulgaris. Initium menſis ſecundi reſpondet Diei 13. Martii, Initium menſis tertii D. 11. Aprilis, & initium menſis quarti, D. 11. Maji, ut Dies 10. Maji ſit dies ultimus Lunæ tertiæ. Cum ita Anno Chriſti 31. D. 10. Maji, ſive ſecundum Sinas Anno 7. Quangvuti, die ultimo Lunæ tertiæ, ſatis notabilis Solis defectus in toto Sinarum imperio neceſſario contingere debuerit, nulla ratio ſubeſt, quæ jubeat, ut huic naturali aliam præternaturalem ſubſtituamus, cum Annus, menſis & dies, calculi & obſervationis plane congruant.

Regeri quidem poſſet: *Atqui Coupletus memorabilem eclipſin totalem notavit, & ex Annalibus conſtat, imperatorem Quangvuti ipſum, inſolitum horruiſſe defectum.* Sed hanc ultimam traditionem ex male intellecto idiomate Sinico orram, Cl. Bayerus in libro ſuo, p. 36. ſeqq. oſtendit. Neque Annales eclipſin totalem fuiſſe memorant, ut Coupletus id ex ſuo cerebro addidiſſe videatur, cum in eadem fuerit opinione, hanc eclipſin à Sinis pro extraordinaria, & maxime ſtupenda fuiſſe habitam. Alias potius ſtatuendum eſſet, tabulas Rudolphinas tantum errare, eamque minorem prodere, quam re ipſa exſtiterit. Et facile fieri potuit, ut tabulæ aliquantum peccaverint, cum noſtris etiam temporibus

bus aliquando notabiliter ſatis à cœlo diſcedant, cujus unum tantum exemplum proferam: Eclipſis Solis Anno 1715. Die 3. Maji ante meridiem, ex calculo Rudolphino Berolini & Gedani vix 9½ Digitos obſcurare debuit, cum tamen ea utrobique undecimum digitum compleverit. Hoc modo etiam noſtra Eclipſis Sinica, Cantoni undecim digitorum eſſe potuit; ſed eam ullibi in Sinenſi imperio totalem fuiſſe, non facile crediderim; nec, ut jam monui, ulla neceſsitas urget, ut contrarium ſtatuam.

Anno proxime antecedente hanc eclipſin, nimirum ſexto Quangvuti, ſeu 30. æræ Chriſtianæ, Luna 9. die ultimo, alia notatur Solis Eclipſis à Sinis obſervata. E tabulis etiam Rudolphinis invenio, defectum Solis, qui eo referendus eſt, & Die 14. Nov. mane contigit. Brevitatis cauſa, Summam Calculi generalis omittam, & tantum enarrabo, qua ratione hæc eclipſis Pequini & Cantoni apparere debuerit: Pekini Sol $7^{H}. 2'$. ortus eſt, 5. fere Digitos deficiens, $7^{H}. 34'$. finita eſt eclipſis. Cantoni major eclipſis eſt animadverſa, namque, $6^{H}. 31'$. Sol oriens 11. circiter digitis defecit, & $7^{H}. 25'$. finis ibi contigit eclipſeos.

Hoc anno Sol 15. gradum ♒, die 5. Febr. occupavit. Novilunium proxime antecedens, Die 23. circ. Januarii, & proxime ſequens, Die 22. circ. Februarii contigit.* Prius novilunium à termino initii novi anni abeſt 13. Dies, & poſterius 17. Dies, ut ita, ſextus annus Quangvuti, D. 24. Januarii anni Chriſti 30. initium capere debuiſſet: ſed non temere ſuſpicor, Sinenſes Calendaria non Aſtronomice ſupputaſſe, ſed cyclice, & hos cyclos ſæpius à cœlo aliquantum aberraſſe, ut etiam hoc anno, non menſe Januario, ſed circa 23. Februarii, annum ſuum inchoarint, ut D. 15. Novembris, initium ipſis eſſet Lunæ decimæ, & D. 14. Nov. ultimus dies Lunæ nonæ. Fortaſſe etiam Sinæ Locum Solis, non verum, ſed medium attenderunt, quod Ephemerides Eruditorum Gallicæ Anni 1672. mihi fere perſuadent, quæ p. 9. editionis Belgicæ ex *P. Greslonii Hiſtoria Chinæ, ſub Dominatione Tartarorum*, recenſent: Sinenſes Aſtronomos capere non poſſe, quod Sol aliquando uno menſe, plus uno Signo Zodiaci percurrat. Illud ſi verum eſt, teſtatur, Sinas, Solem æqualiter moveri, perſuaſos eſſe, ut ita medium Solis motum, pro ipſo vero habeant. Hoc præſuppoſito, Anno *Chriſti* 30.

* Hæc novilunia tantum per præceptum 134. tab. Rudolph. indagavi.

Dies 7. Februarii, quo Locus Solis medius fuit in 15°. ♒, à Sinis pro termino novi anni eſt habitus. Ab hoc termino, novilunia, tam antecedens quam ſequens, æqualiter, utrumque 15. Diebus abſunt, ut hac ratione Sinenſes contra regulas ſui Calendarii non peccaſſe videantur.

Supereſt, ut explicaretur vox *Quei hai*, quæ probabiliter nota eſt temporis, quo Eclipſis anno 7. Quangvuti contigit. Hæc vox M. Mullerum multum torſit, qui tamen in ea explicanda veritatem non aſſecutus eſt. Bayerus quidem probabiliorem protulit explicationem, ſed nec ille rem acu tetigiſſe mihi videtur. Eam hic repetere nolo, cum Lector curioſus ipſum ejus librum adire posſit. Brevibus tantum indicabo, eum explicationem ſuam pag. 27. his verbis concludere: „Ita igitur *quei hai* non modo ultimus dies tertii menſis eo anno fuit, ſed etiam poſt meridianum tempus diſtinxit ab ante meridiano, cui *gjin ſio* „nomen fuit. Ait Mullerus: *Quid fiet de Eclipſi Solari anni præcedentis ad menſem nonum notatæ, addito charactere pingjin?* Nempe is ultimus ejus menſis dies, ſed ante meridianum tempus fuit. Ire „per ſexaginta ſemidierum numeros licet, ut probetur, id quod dixi, „ita eſſe. Verum fortaſſe hoc eſſet, ſi Eclipſis, anno 7. Quangvuti poſt meridiem facta eſſet, cum vero ea, ut ex calculo conſtat, non minus quam illa quæ ſexto anno contigit, ante meridiem facta ſit, hæc explicatio locum non habet. Viſus mihi quidem ſum, ſententiam Bayeri paululum immutando, veritati propius accesſiſſe, ſi per *quei hai*, diurnum tempus 10. Maj. A. C. 31. per *ping jin* vero nocturnum tempus Diem 14. Nov. A. C. 30. proxime antecedens intelligerem, cum maxima obſcuratio Solis ſub horizonte, id eſt nocte, paulo ante initium diei naturalis, ſeu ut alii loqui malunt, artificialis, contigerit. Nec enim conſentaneum eſt, Sinenſes, ſi diem in duas partes diſtribuiſſent, eas à meridie ad mediam noctem, & à media nocte ad meridiem numerare voluiſſe, cum nunquam à punctis cœli cardinalibus tempora ſua numerare incipiant, ſed numerationem ita inſtituant, ut ingreſſus Solis in iſtos cardines medio iſtius temporis reſpondeat. Exempli loco eſſe posſunt, eorum quatuor anni partes, quarum non initia ſed media ingresſibus Solis in Signa Cardinalia reſpondent. Sic diem civilem in duodecim partes dividunt, numerare incipientes à media nocte, quo tempore ipſis dies civilis inchoatur, ita tamen, ut ipſo tempore mediæ noctis, non prima pars diei incipiat,

ſed

ſed dimidium primæ partis jam effluxum ſit, & medium primæ partis ipſo puncto mediæ noctis reſpondeat, uti ex Vlugh Beighio conſtat. Hoc modo, ſi dies in duas partes divideretur, meridiem & mediam noctem, medium potius, quam initium & finem harum partium fore, mihi perſuadebam. Sed cum ſententiam meam ulteriori examini ſubjicerem, eam quoque, Characteribus quæ aliis Eclipſibus apponuntuur, non ſatisfacientem inveni. Ex. gr. cum recenſeatur Eclipſis facta Anno 2. Quangvuti, menſe 1. *Kia-çu*, & Anno 3. menſ. 5. *yi-mao*, id hypotheſi tam meæ, quam Cl. Bayeri contrarium invenio, ut ita hæ voces ulteriori inquiſitione indigeant.*

Pauca adhuc de Eclipſi Phlegontæa attingam, quam alii ad annum 2. alii ad annum 4. Olympiadis CCII. referunt. Annus ſecundus initium cepit A. C. XXX. poſt Solſtitium æſtivum, & duravit uſque ad Solſtitium æſtivum ſequentis anni. Hoc temporis intervallo illi ambo defectus Solis contigerunt, de quibus hactenus egi, & quos in Sina obſervarunt. Hæ vero ecliplſes nullibi in tota Europa, neque etiam in regionibus occidentalioribus Aſiæ obſervari potuerunt, cum iis locis, tempore harum Eclipſium, Sol fuerit ſub Horizonte. Annus quartus Olympiadis CCII. incepit A. C. XXXII. poſt Solſtitium æſtivum, durans ad Solſtitium ſequentis anni. Anno Chriſti XXXII. menſibus Septembri & Octobri duæ parvæ eclipſes Solis circa polos acciderunt, & A. C. XXXIII. Die 19. vel 20. Mart. notabilis quidem eclipſis, ſed in Hemiſphærio Auſtrali, obſervata eſt. Ut ita annis 2. & 4. Olympiadis CCII. nulla facta ſit eclipſis Solis, quæ à Phlegonte notari potuiſſet, ne dicam, quæ tam magna & notabilis fuerit. Sed peculiarem diſquiſitionem meretur hæc eclipſis, quam quidem ſub manibus jam habeo, ſed cum plures eclipſium calculi ad eam ſint neceſſarii, plurimum negotii illa mihi faceſſit, ut eam in aliam occaſionem differre cogar.

 VI. JOH.

* Veram Significationem horum Characterum, eorumque inſignem in Chronologia Sinenſi uſum, Cl. Vignolius nuper detexit, & ita demonſtravit, ut nullum dubium hac de re amplius ſuperſit. Spero etiam Clariſſimum Virum propediem editurum aliquid de hac materia.

VI.

JOH. WILH. WAGNER

De Eclipſi Solis, A. 1706. Archangelopoli Moſcoviæ obſervata.

ILluſtris Dnus de Kroſock, de Aſtronomia provehenda & de obſervationibus faciendis maximè olim ſollicitus, Obſervatores, nempe Dnum M. Petr. Kolbium ad Caput Bonæ Spei, & me Berolinum, circa annos 1705. & 1706. non ſolum expreſsè miſit, ſed & Dno Phil. Michaëli, tum temporis Archangelopolin, paſcendo ibi Chriſtiano gregi proficiſcenti, obſervationes Aſtronomicas in iſto loco maxime Boreali, quantum per officium paſtorale poſſet, inſtituendas commendavit. Quarum primitias cum dictus paſtor in aliqua ad Dnum de Kroſik, die $\frac{8}{19}$ Julii 1706. ſcripta epiſtola transmiſiſſet, ex illis ipſe Summam Eclipſeos illius Solaris magnæ, eodem anno factæ & obſervatæ depromſi ſequentem; ſcilicet Archangelopoli Anno 1706. D. 12. Maji,

0^{h}.	$10'$.	$0''$.	poſt meridiem	erat Initium.
0.	29.	0.	- -	tres digiti eclipſati.
0.	46.	0.	- -	6. digiti; tandem
1.	15.	0.	- -	$10\frac{1}{2}$ digiti; & maxima circiter obſcuratio.
1.	40.	30.	- -	6. digiti.
2.	0.	0.	- -	3. digiti adhuc eclipſati.
2.	20.	0.	poſt	meridiem, Finis Eclipſeos.

Certitudinem temporum pleniſſimam Dnus Paſtor & obſervator quidem non promittit, cum motum automati ſui juxta lineam meridianam, de cujus à ſe inventæ exactitudine ipſe tum temporis adhuc ex parte dubius erat, dirigere coactus fuerit.

In maxima Obſcuratione diem dicit ſimilem ferè fuiſſe nocti, plenilunio clariſſimo illuminatæ.

Quod illius loci Latitudinem ſ. Elevationem Poli attinet, Dnus Paſtor tradit, Nautas uſitato ipſis inſtrumento eam = 64. Gr. 14'. inveniſſe, quam ferè ſequi neceſſe eſt ex quantitate Longiſſimi Diei, quem æqualem $21\frac{1}{2}$ horis eſſe perhibet.

VII. Dia-

VII.

Diametri Lunæ apparentis, & Phaſium ejus Quantitatis Obſervationes, ope Tubi Micrometro inſtructi, Berolini ſæpius factæ

à

JOH. WILH. WAGNER.

Menſis Dies *A. 1706.*	Diameter apparens	Phaſeos ☽æ quantitas	Loca orbitæ primaria
Junius ſt. corr.	′ ″	′ ″	
24	30. 53	ferè plena	
Julius		″	
4	33. 8	14. 0	Perig. ☊
16	30. 16	12. 21	
17	30. 16	14. 49	Apog. ☽
18	30. 4	16. 28	
19	30. 4	21. 25	☋
Auguſt.			
1	32. 56	14. 0	Per. ☊ ☾
18	31. 18	22. 14	
25	33. 46		
27	34. 11	30. 4	
28	33. 46	26. 21	Per. ☊
Septem.			
25	33. 46	28. 49	Per. ☊

Menſis Dies *A. 1706.*	Diameter apparens	Phaſeos ☽æ quantitas	Loca orbitæ primaria
Septem. ſt. corr.	′ ″	′ ″	
26	32. 56 uſque 33. 21	26. 21	
27	30. 4	22. 14	

Statim poſt ortum diameter hæc capta minor debet eſſe diametro Lunæ multum elevatæ; itaque Diameter hæc eſt minor quam ante & poſt; quare confer Tabulas Rudolph. p. 98. ſub ſecunda Tabula.

	′ ″		
28	32. 56	20. 11	
29	32. 32	16. 16	☾ media diſtan.
30	31. 42	12. 21	

Men-

Menſis Dies	Diameter apparens	Phaſeos ☽æ quantitas	Loca orbitæ primaria	
A. 1706.				
Octob. ſt. corr.	' "	' "		
21	34. 35	mox	poſt	Eclipſ.
	ortum	capta	quidē	☽
	&tamē	magna	eſt.	
22	34. 11	in Ho-	Per. ☊	
		rizon-		
Novem.	' "	te.		
1	30. 53	5. 21		
13	32. 32	17. 18	☽	
19	35. 0	----	Per. ☊	
Decem.			diſt.	ſicut
9	30. 53	5. 21	media	1. Nov.
12	32. 56	16. 28	☽	
A. 1707.				
Januar.				
8	33. 21	7. 49		
9	33. 21	11. 7		
13	33. 46	27. 35	Per. ☊	
20	31. 42		media diſtantia	
Februar				
14	32. 56	31. 42		
24	30. 4	----	Apog.	
25	30. 4	14. 25	☾	
26	30. 4	11. 32		
Mart.				
6	33. 46	2. 53		

Menſis Dies	Diameter apparens	Phaſeos ☽æ quantitas	Loca orbitæ primaria
A. 1707.			
Mart. ſt. corr.	' "	' "	
7	33. 46	5. 21	☊
8	33. 46	8. 14	
9	33. 46	12. 21	Perig.
18	31. 18		
April			
4	34. 11	2. 4	Perig.
7	34. 11	11. 56	
8	33. 21	15. 14	☽
9	32. 56	18. 56	
11	32. 32	24. 42	media diſt.
Majus			
12	30. 28	27. 35	
Junius			
2	33. 46 ut ſæpius	3. 43	
Julius			
2	32. 32	4. 32	
22	32. 56	18. 7	☾
Auguſt.			
11	31. 18	30. 53	
Septem.			
2	29. 50	11. 32	☽
3	30. 15	15. 0	Apog.

Men-

Menſis Dies — A. 1707.	Diameter apparens	Phaſeos ☽æ quantitas	Loca orbitæ primaria
Septem. ſt. corr.	′ ″	′ ″	
5	30. 28	20. 11	
6	30. 28	23. 0	
7	31. 18	25. 32	
14	32. 56	- - - -	☊
24	30. 4	1. 14	
30	28. 49	6. 11	Apog.
Octob.			
5	30. 53	21. 25	media
7	32. 20	26. 26	diſtantia
Novem.			
1	30. 53	13. 11	☽
5	32. 56	25. 56	med.d.
11	34. 11	32. 32	Perig.
Decem.			med.d.
2	32. 32	17. 18	☽
4	33. 46	24. 18	med,d.
16	32. 7	16. 4	☾
A. 1708.			
Januar.			
8	35. 0		
item	34. 35	33. 46	
11	33. 46	28. 25	
item	32. 56	25. 7	
Februar		dichotoma	
28	33. 46		☽

Menſis Dies — A. 1708.	Diameter apparens	Phaſeos ☽æ quantitas	Loca orbitæ primaria
Mart. ſt. corr.	′ ″	′ ″	
30	34. 11	23. 4	
April			
1	33. 21	29. 39	
2	32. 56	30. 4	Eclipſis
6	30. 53	30. 28	
23	33. 46	4. 7	
28	32. 56	21. 49	
30	32. 7	25. 56	
Majus			
22	32. 56	3. 42	Perig.
25	33. 21	13. 11	
Junius			
24	31. 42	16. 4	☽ ☋
26	31. 18	21. 49	med. diſt.
Julius			
6	30. 4	26. 21	
27	30. 28	24. 42	
Auguſt.			
20	31. 18	8. 39	med.d.
23	30. 4	16. 53	☽
27	30. 4	- - - -	Apog.
30	30. 28	fere plena	☍
Septem.			☊
3	32. 7	28. 0	med.d.
10	33. 46	8. 14	Perig.

Men-

Menſis Dies	Diameter apparens	Phaſeos ☽æ quantitas	Loca orbitæ primaria
A. 1708.			
Septem. ſt. corr	′ ″	′ ″	
11	33. 46	4. 56	
12	33. 21	2. 28	
21	30. 25	dicho-	☽
25	30. 4	toma	
27	31. 18	30. 28	
Octob.			
19	30. 4	9. 53	
21	30. 28	16. 4	Ap. ☽
24	30. 53	24. 18	
27	32. 32		
28	32. 56	fere	med.
29	32. 56	plena	diſt.
Novem.			
7	32. 56		
24	32. 56	28. 49	Pleni-
30	34. 11	30. 4	lun.
Decem.			
19	31. 18	14. 49	
21	31. 42	20. 11	
22	32. 56	- - - -	med.
23	33. 21		diſt.
27	34. 35	plena	

Menſis Dies	Diameter apparens	Phaſeos ☽æ quantitas	Loca orbitæ primaria
A. 1708.			
Decem. ſt. corr.	′ ″	′ ″	
28	35. 0		☍
item	34. 35	34. 11	poſtri-
			die Pe-
A. 1718.			rig.
Februar			med. d.
11	35. 35	28. 49	Perig.
Septem.			
16	31. 18		media
item	31. 42		diſtan-
17	32. 32		tia
Decem.			
6	32. 7	31. 42	media
7	32. 32	32. 7	diſtan-
12	33. 21	- - -	tia
			Perig.
A. 1719.			
Aug. 29	30. 53 31. 18	plena	Ecli- pſis
Nov. 27	30. 53	plena	☍
A. 1720.			
Jan. 6	32. 32		
20	31. 18	24. 42	
26	33. 21	- - - -	med. d.

Diametri illi, quibus nullus Orbitæ ☽æ Locus adſcriptus eſt, in Octantibus circiter captæ intelligendæ ſunt, quippe quarum major eſt pars, quam reliquarum.

Diame-

Diameter Lunæ apparens in tribus *Eclipſibus Solis*, id eſt *ter* in *Conjunctione* ⊙is, & in una *Lunari* Eclipſi, id eſt, *ſemel adhuc* in *Oppoſitione* ⊙is obſervata Berolini, nempe

Anno 1706. D. 12. May, in ☌ione erat = 33′. 30″. ante triduum Perigæa.

1715. D. 3. May, in ☌ - - - - = { 33. 34. vel 33. 14. } ante biduum Perigæa.

1718. D. 2. Martii, in ☌ - - - - = 31. 3. ante biduum Apogæa.

1718. D. 9. Septemb. in ☍ione = *30. 4. Apogæa.*

Omnes, ecce! Lunaris Diametri apparentis, quas feci, obſervationes hic oculis expoſitas, eo fine, ut illarum ex comparatione judicari poſſit: an maxima ſ. Perigæa & minima ſeu Apogæa Lunæ Diameter in Syzygiis differat reſpectivè à maxima Perigæa & à minima Apogæa ejus diametro in quadris; id quod hypotheſium Lunæ artifices (confer. Wolffiii Elementa Aſtron. §. 519. & 520. pag. 485. oder Anfangs-Gründe der Aſtronomie, §. 390. pag. 339. erſter edit. præprimis Whiſtoni Prælect. Aſtron. pag. 103. ſeqq. 315. &c. item Aſtron. Pars Optic. Kepleri, Cap. XI. maxime Problema 5. cum append. item anteced. & ſeqq.) volunt & affirmant; cui hypotheſi vel aſſertioni ex plurimis iſtis aliquot, quæ circa cardinales ſeu primarias Lunæ phaſes, & ſimul vel in ejus Apogæo vel Perigeo factæ ſunt, Obſervationes reſpondent ſequentes:

Diameter apparens Lunæ	
in Copulis,	**in Quadris,**
Apogææ { ☌ = 31′. 3″. d. 2. Mart. 1718. ☍ = 30. 4. d. 9. Sept. 1718. }	Apogææ { 30. 16. d. 17. Jul. 1706. 30. 4. d. 24. Febr. 1707. 30. 15. d. 3. Sept. 1707. 30. 28. d. 5. Sept. 1707. 30. 28. d. 21. Octob. 1708. }
Perigææ { ☌ = 33′. 34″ ſive 33. 14 } d. 3. May, 1715. { ☍ = 34. 35 ſive 35. 0 } d. 27/28 Decem. 1708.	Perigææ = 32. 56. d. 1. Auguſt. 1706.

Ex paucis his datis (per 5. Optic. Euclid.) ſequitur quidem: in Quadris Lunam magis Apogæam & minus Perigæam, ſive Lunæ Orbitam magis ellipticam & longiorem eſſe, quam in Copulis; ſed optandum eſt, ut plures, quæ præter copiam reliquarum deſiderantur, obſervationes, ab aliis adhuc expectandæ id tanto magis confirmarent.

Thomas Street, Anglus in ſua Aſtronomia Carolina latine reddita pag. 80. Diametros has Lunæ diverſe apparentes tradit ſequentes:

In Copulis	Apogæam = 28′. 38″. Perigæam = 33. 0.	In Quadris	Apogæam = 27′. 31″. Perigæam = 34. 38.

Sed

in diſtantia Lunæ media à Terra ſimpliciter tantum = 30′. 40″.

His igitur ex datis ſequitur: Lunam in Quadris magis, & in Copulis minus Apogæam & Perigæam eſſe, vel quod idem eſt: Orbitam Lunæ in illis plus attolli, in his iterum deprimi, vel quod eodem recidit: in Quadris Centrum Orbitæ Lunæ paululum aſcendere; & deſcendere in Copulis, & Eccentricitatem hinc alternatim augeri & diminui conferatur etiam Riccioli Almageſt. Nov. T. I. P. I. pag. 230.

Exhibitis Lunæ Diametris libet & Appendicis loco aliquot Veneris Diametros apparentes hic adjungere, quas itidem Berolini eodem Micrometro menſuravi.

nempe

Diameter ♀ris apparens fuit

Anno 1707. d. 26. Febr. poſt horam ſeptimam matutinam circa duodecimum altitudinis gradum, in digreſſione à Sole in antecedentia circiter 36. grad. & prope Perigæum, = $3\frac{1}{2}$ part. Micr. - - = 1′. 26″.

Anno 1708. d. 11. Septemb. poſt horam quintam matutinam circa ſextum grad. altitud. in elongatione à Sole in antecedentia circiter 17. grad. & prope Perigæum = 3. part. Micr. - - - = 1′. 14″.

Anno

Anno 1708. d. 22. Septemb. poſt horam $5\frac{1}{2}$. matutinam circa 17. altitudinis gradum, in digresſione à Sole in antecedentia circiter 30. grad. in Statione (ſecunda) ad Direction. non adeo procul à Perigæo = 4. part. Micr. - - - = 1'. 39''.

Hugenius in ſuo Syſtemate Saturnino pag. 79. & 83. Diametrum ☿ris Perigæam ſ. maximam tradit - - = 1'. 25''.

Confer. etiam, quæ Hevelius ſuppeditat in Tractatu de Mercurio in Sole viſo fol. 101.

VIII.
Eclipſis Lunæ partialis.
Anno 1712. d. 23. Januarii p. m. in hemiſphærio Orientali obſervata Norinbergæ à
J. PHIL. à WURZELBAU.

H.	m.	ſ.	
VII.	38.	0.	a. m. Oritur limbus Solis ſuperior circa Azim. 59°. à Mer. in Ortum.
	41.	0.	- - - inferior, trans ramos ſaliceti.
XII.	0.	0.	Altitudo meridiana Solis. 20°. 59'. 40''.
IV.	20.	10.	p. m. oritur centrum Lunæ circa Azimuth. 120°. à Mer. in Ortum.
V.	16.	55.	culminat Arietis prima.
	17.	40.	- - - ſecunda.
	29.	55.	- - - tertia, lucida. Montes Riphæi (Cleomed.) & Climax in
VI.	4.	0.	- - Ceti ad genam. eodem fere Vertica-
	7.	20.	- - - in ore media. li, circa initium.
	26.	0.	- - - lucida mandibulæ.
	49.	0.	jam ab aliquot minutis non nulla penumbræ ſuſpicio.

H.	m. ſ.					
VII.	7. 0.	Penumbra magis magiſque increbeſcit.				
	10. 0.	- - craſſior circa ſin. hyperbor. (Harpal.) & pal. Orient.				
	15. 0.	Initium dubium.				
	16.45.	- - nondum certum.				
	18. 30.	Initium circa paludes orientales.				
	24. 10.	Phaſis	1.	dig.	$0\frac{3}{5}$	trans palud. orientales.
	28. 40.	—	2.	—	1	à monte Alabaſtr. trans ſin. hyperbor.
	31. 35.	—	3.	—	$1\frac{2}{5}$	
	34. 50.	—	4.	—	$1\frac{3}{4}$	trans ſin. Apoll. & mare hyperbor.
	38. 10.	—	5.	—	$2\frac{1}{10}$	à monte Porphyrit. ad lac. nigr. Major.
	43. 20.	—	6.	—	$2\frac{3}{5}$	trans m. Porphyr. & med. mare hyperb.
	50. 40.	—	7.	—	3	- - - ad montem Serrorum.
	55. 35.	—	8.	—	$3\frac{2}{5}$	- - - ad m. Peuce.
VIII.	4. 10.	—	9.	—	$3\frac{1}{2}$	- - - ſuper m. Apennin. ad Macrocemn.
	13. 40.	—	10.	—	$3\frac{4}{5}$	- - - ad m. Bodinum.
	23. 10.	—	11.	—	$3\frac{7}{10}$	à m. Alabaſtr. trans I. Corſic. ad p. Amadoc.
	31. 10.	—	12.	—	$3\frac{3}{5}$	ſuper Inſ. Sardin. ad m. Riphæos.
	37. 45.	—	13.	—	$3\frac{2}{5}$	trans promontor. Lunæ & pyramid.
	42. 55.	—	14.	—	$3\frac{1}{5}$	f. infra ſin. Apoll. trans m. *Liguſtin.*
	49. 10.	—	15.	—	$2\frac{2}{10}$	ſupra ſin. *Apollinis* trans lac. *Boryſthen.*
	53. 35.	—	16.	—	$2\frac{1}{3}$	f. trans ſin. hyperbor. ad m. *Bodin.*
	58. 55.	—	17.	—	$1\frac{4}{5}$	ad lac. nigr. *Maj.* trans m. Peuce.
IX.	4. 10.	—	18.	—	$1\frac{2}{5}$	trans med. mare hyperbor.
	10. 10.	—	19.	—	$0\frac{1}{2}$	f. trans montes Sarmatiæ.
	13. 10.	—	20.	—	$0\frac{1}{3}$	f. trans pal. Amadoc.

H. m. ſ.

H.	m. ſ.	
	16. 40.	Finis inſtat.
	18. 10.	- - dubius.
	18. 40.	- - nec dum certus.
	19. 40.	Finis circa regionem hyperboream.
	20. 25.	Penumbra craſſa, poſthac ſenſim dilutior.
X.	35. 10.	culminat ſtella in tergo Canis Majoris.

Proportio ſemidiametror: Lunæ & umbræ Telluris fuit, quaſi 16. ad 43. Color umbræ cineritius, limbus Lunæ circa medium eclipſeos ſubrufulus.

IX.

Eclipſis Lunæ partialis, D. Saturni, 23. Januar. Ao. 1712. Hor. Pomerid. Cizæ, cœlo ſereno, obſervata

à

M. GOTHOFREDO TEUBERO.

Tab. V.

Ordo Phaſium		Tempus correct.		
creſcent:		Hor.	′	″
Initium	a	VII.	31.	40.
I	b b	—	37.	30.
II	c c	—	45.	55.
III	d d	VIII.	12.	25.
IV	e e	—	20.	35.
Max. obſc. V	f f	—	28.	15.
Decreſcent:				
1.	g g	—	58.	16.
2.	h h	IX.	15.	—
Finis	i	—	23.	18.
Magnitudo	Digit.	IV.	Min.	12.
Duratio		Hor. I.	51′.	38″.

X. Ecli-

X.
Eclipſis Lunæ partialis,
A. 1713. d. 2. Dec. ante merid. obſervata Norinbergæ
à
JOH. PH. à WURZELBAU.

Tempora Oſcillatorii	Phaſium Ordo.	Phaſium Quant.	
H. m. ſ.	num.	digg.	
II. 0. 10.			Culminat Sirius: poſthac nubes Arctozephyro actæ Lunæ faciem pro varia ſpisſitudine ſua modò obvelantes modò detegentes, eclipſeos futuræ obſervationem reddunt valdè dubiam.
55. 0.			Penumbræ veſtigium trans nubium raritudinem nondum apparuit, poſthac Luna nubibus nivoſis penitus obvoluta fuit, & Initium obſervari nequiit.
III. 5. 0.			Quantum trans nubes aliquantulum attenuatas conjici poterat, umbra Telluris jam Sinum Sirbonis tetigit.
9. 0.			nunc ferè in 1½.
13. 0.			circiter in 2. digg. increſcens.
24. 0.	1	3	à monte Climace ſuper S. Sirbonis, infra Rhodum.
33. 0.			trans rara nubium velamina Phaſis ferè eadem.
40. 0.	2	4	quaſi digg. umbra ſuper S. Sirbonis trans Rhodum ad mont. Paropamiſ. Cornu eclipſeos ſuperius uno circ. dig. circa limbum à Pal. Mareotide hactenus usque diſtat.
49. 0.	3	4½	infra m. Athon trans inſ. Melon & m. Maſicyt. ad Sinum extrem. Ponti & Sin. inf. Maris Caſpii.

Tem-

Tempora Oſcillatorii	Phaſium Ordo.	Phaſium Quant.	
H. m. ſ.	num.	digg.	
III. 57. 0.		$4\frac{3}{4}$	digg. increverunt.
IV. 6. 0.	4	$4\frac{3}{4}$	infra m. Athon & inſ. Lemnon, trans S. Strymon. m. Didym. ad Caucaſ. ſuperior.
13. 30.		$4\frac{3}{4}$	quantitas eadem. Cornu ſuperius à Pal. Mareotide recedit, inferiore verſus Mœotidem pergente, ibidemque in eadem diſtantia aliquamdiu commorante.
20. 0.	5	$4\frac{3}{4}$	trans S. Sirbonis ſuper inſ. Rhod. trans m. Didym. Sin. Athenienſ. & M. Caſpium. Verticalis à paludd. orientalib. propè m. Olympum ad part. Scythiæ tranſit.
31. 0.	6	4	infra S. Sirbon. trans inſ. Rhod. & inſ. Maj. M. Caſpii.
44. 0.	7	$3\frac{1}{3}$	inter inſ. Didym. & m. Sinai, trans inſ. Maj. M. Caſpii.
57. 30.	8	$2\frac{3}{4}$	trans m. Sinai & inſ. Maj. M. Caſpii. — Jam nebulæ fumis in vicinia coorientib. mixtæ aſſurgunt.
V. 7. 0.	9	2	infra m. Calchaſt. & inſ. M. M. Caſpii.
15. 0.	10	1	infra m. Coibacar. Paropam. & S. inſ. M. Caſp.
21. 0.	11	$0\frac{1}{3}$	trans Scythiam & m. Neroſum.
24. 15.			Finem contigiſſe cenſemus, ad partes Scythiæ.
30. 0.			Penumbra ſenſim diluitur.
32. 0.			- - nondum evanuit, quæ tamen, ubi per intervalla Luna inter nubes dehiſcentes clarè ſpectari poterat, modica & limbus umbræ Telluris ſat benè terminatus apparuit, Color umbræ erat glauco-cinereus.

Propor-

Proportio diametrorum Lunæ & umbræ Telluris æſtimabatur, quaſi 16 ad 42.

Palilicium infra Lunam ferè grad. 8. remotum apparuit.

XI.

Eclipſis Lunæ Horizontalis,

Norinbergæ obſervata A. 1717. d. 20. Septembr. ante & poſt Solis occaſum,

à

JOH. PH. à WURZELBAU.

Tempora Oſcillatorii.	Phaſ.	digg.	
H. m. ſ.			
VI. 5. 30	—	8	Lunæ jam in 8. digg. deficientis limbus ſuperior luminoſus ſuper acclivitatem ſeptentrionalem collis ſylvoſi lapicidinarum exoriens jam uno gradu elevatus apparet, in Azim. 2°. 35'. ab ortu æquinoct. verſus Auſtrum, dum centrum ☉lis è regione adhuc in altitudine circ. 12. min. ſuper ædificia Urbis prominuit.
9. 0	—	—	Signum occaſûs limbi ſuperioris ☉lis horologio publico datur.
17. 30	I.	8	ferè, poſtquam Luna è vaporibus aliquatenus emerſerat, umbra Telluris infra mont. Porphyr. (Ariſtarch.) Inſ. Besbic. (Propontid.) ſuper Inſ. Maj. Maris Caſpii. (fæcunditatis) tranſiit.
23. 30	II.	8	f. à m. Pentadact. ad lacum Corocondam.
29. 30	III.	8	f. à cuſpide inf. (ſecundum inverſ. tubi) Inſ. Cercinnæ (Ventor.) ad oram ſuperior. palud. Mœot. (M. Criſium)
36. 30	IV.	8	f. umbra hactenus peripheriam digg. 8. circumvolvente, ab ora Inſ. Siciliæ trans med. fere pal. Mœot. (M. Criſium)

Tempo-

Tempora Oſcillatorii.	Phaſ. digg.		
H. m. ſ.			
44. 45	V.	$7\frac{1}{6}$	trans med. Inſ. Cercinnæ (Kepler.) & Siciliæ (Copern.) ad oram ſuper. pal. Mæot.
47. 45	—	—	Palus Maræot. (Grimald.) detecta.
54. 0	VI.	7	ſuper p. Maræot. m. Ætnam (Copern.) infra med. pal. Mæot.
VII. 7. 3	VII.	$6\frac{5}{6}$	ab extrem. ſuper (inverſ.) M. Eoi tr. Inſ. Sic. & Besb. ad p. Mæot.
9. 25	VIII.	$6\frac{1}{6}$	ab ora inf. ſin. Sirbon. (M. humor.) trans M. Adriat. (S. Æſtuum) ad part. inf. p. Mæot. ſemper ſitu trans tubum inverſo.
23. 30	IX.	$5\frac{5}{6}$	poſt centrum detectum, ab ora ſup. ſin. Sirbon. ad oram infer. pal. Mæotid. planè tectæ.
29. 30	X.	5	ab Inſ. Didym. trans Rhod. (Profat.) ſcop. Ericht. & p. Mæot.
33. 45	XI.	$4\frac{1}{3}$	ultra part. ſuper. M. Pamphilii & p. Mæot.
40. 50	—	—	culminat hum. ſin. Aquilæ, tempus inde H. VII. 41′. 38″.
41. 45	XII.	$3\frac{3}{4}$	à mediat. m. Sinai (Tych.) ad part. ſup. p. Mæot. ferè detectæ.
45. 20	—	—	culminat lucida Aquilæ, tempus inde. H. VII. 45. 46.
46. 50	XIII.	$3\frac{1}{6}$	ſuper m. Sinai tr. Colchid. ſup. p. Mæot. largiter detectam.
49. 0	—	—	culm. dub. coll. ſ. pectus Aquilæ, temp. inde. H. VII. 50. II.
52. 10	XIV.	2	trans ſin. extr. P. Euxini (M. Nectar.) & M. Caſpium (fœcundit.)
57. 15	XV.	$1\frac{1}{4}$	infra m. Paropamiſ. trans M. Caſpium.
VIII. 1. 35	XVI.	$0\frac{3}{4}$	ſuper m. Paropam. trans Inſ. Macram.
6. 50	XVII.	$0\frac{1}{3}$	ad oram M. Caſpii.

U Tem-

Tempora Oſcillatori. H. m. ſ.	
10.45	Finis, è regione ſinûs inferioris Maris Caſpii.
14.50	Penumbra adhuc ſatis notabilis aderat.

Circa phaſin primam Nadir Lunæ, ſecundùm inverſionem tubi, propè oram dextram lacûs Hyperborei, circa finem eclipſeos è regione m. Carpath. verſabatur.

XII.

Obſervationes quædam Aſtronomicæ,

Annis 1715. & 1716. Gedani habitæ,

à

CHRISTFRIDO KIRCHIO.

* * * * * * * * * *

Emerſiones quædam ſatellitum Jovis, Gedani obſervatæ.

Circumjovialium Eclipſes, ad indagationem differentiæ meridianorum, optimo ſucceſſu adhiberi, notisſima res eſt; interim tamen non minus certum eſt, pulcherrimum hunc modum ita negligi, ut paucisſimarum urbium longitudines, præſertim noſtræ Germaniæ, ejus ope inveſtigatas ſciam. Optandum itaque eſſet, ut ii, qui Mathematicas diſciplinas, & inter eas Aſtronomiam maximè & Geographiam excolunt, hujus generis obſervationibus magis operam darent. Ad me quod attinet, eclipſium primi Satellitis computationem, Ephemeridibus meis anni 1715. adjungere cœpi, quod etiam in Ephemeridibus 1716. anni continuavi, ut hoc modo cultoribus Aſtronomiæ tempus præfinirem, quando hæ obſervationes inſti-

 tuendæ

tuendæ eſſent, quo facilius obſervationes ipſas aggredi poſſent. Ex emerſionibus anni 1715. duas Berolini obſervare datum mihi fuit, quarum obſervationes Ephemeridibus anni 1716. annexi, ſicut inibi pagina ultima videre licet; Quas vero hic Gedani obſervaverim, ſequentia docent.

I.

Anno 1715. Die Martis 10. Dec. veſperi, per tubum 7. pedum.

Temp. correct.

H	′	″	
5.	40.	10.	Satellitem primum primò agnovi.
5.	41.	30.	Satellitem clarè & diſtinctè conſpexi.

Cum vero per dimidium circiter unius minuti primi, dubius hæſerim, utrum ſatellitem certò dignoſcerem, an verò minus, Emerſionem veram Hor. 5. 39′. 40″. accidiſſe judico.

Satelles proximè ad Jovis limbum ex umbra emergebat, unde difficulter dignoſcebatur. Tempora ex altitudinibus 5. Palilicii correxi.

II.

Anno 1716. Die Jovis 9. Jan. veſperi, per tubum 7. pedum.

Temp. correct.

H	′	″	
7.	33.	5.	Satelles ſecundus Jovis emergebat, debiliter conſpicuus.
7.	33.	35.	Secundus certè aderat, diſtinctè conſpicuus.
7.	35.	20.	Emerſio ſatellitis primi, qui difficillime conſpiciebatur.
7.	37.	21.	Primus certe aderat, clarè conſpicuus, ſecundus etiam multò clarior apparebat, quam obſervatione ſecunda.
7.	40.	0.	Circumjovialium ſitus inverſus ⊙ ** * * (♃ 1 2 3 4)

Rudis tantummodo hæc delineatio eſt, interim hoc notatu dignum, quod ſatellites à latere Jovis ſecundum ordinem naturalem diſpoſiti erant, primus enim ſatelles Jovi proximus, ſecundus paulò remotior, quartus remotisſimus, & tertius inter ſecundum & quartum conſtitutus erat.

 Satel-

Satelles ſecundus $\frac{3}{4}$ Diametri Jovis ab ejus proximo margine aberat, primus medium circiter inter ſecundum & Jovis limbum tenebat, aut ſi rem exactius conſiderabam, Jovi paulò propior erat. Tempora ex octo altitudinibus Procyonis correxi.

III.

Anno 1716. Die Saturni 25. Jan. veſperi tubo 7. pedum.

Temp. corr.

H	′	″	
5.	52.	27.	Emerſio Satellitis 1. Jovis, qui difficillimè agnoſcebatur.
5.	53.	12.	Primus certè aderat, diſtinctè conſpicuus.
5.	54.	12.	Clarior & lucidior apparebat.

Tempora ex 5. altitudinibus Pollucis correxi.

Aër non ſatis clarus erat, ita ut ſæpius, velut per fumum aliquem trànsvolantem, Jupiter cum ſatellitibus valde tremeret ſeu undularet, ut etiam ſatellites interdum vix ac ne vix dignoſci potuerint, verum minuto circiter ante obſervatam emerſionem, & quatuor minuta poſt illam, aër tranquillus Jovem ſatellitesque óptime conſiderare patiebatur. Prima obſervatione ſatelles emergens adeò parvus erat, ut dubitarem an aliquid viderem, nec ne, interim tamen tempus notari juſſi, reliquæ etiam obſervationes me non erraſſe confirmarunt; cum verò tria circiter ſecunda ante primam obſervationem dubitare cœperim, non abs re erit, emerſionem ad horam $5^{H}. 52'. 24''.$ temporis veri referre.

Longitudo Gedanenſis.

EX antecedentibus Longitudinem Gedanenſem ejusque differentiam à meridiano Uraniburgico quærere, haud inutilis erit labor. Facillime quidem & accuratisſime hoc fieret, ſi obſervationes earundem eclipſium aliis in locis habitæ, quorum Longitudo jam nota eſſet, v. gr. Pariſiis, Norimbergæ, Argentorati &c. præſto eſſent; interim tamen hæc methodus ſufficiet, quà in determinatione hujus longitudinis uſus ſum. Computavi nimirum eas eclipſes ſecundum tabulas Casſinianas, adhibitis correctionibus quas ipſe Dominus Casſinus in Memorandis Academiæ Regiæ anni 1716. pag 101. Belgicæ Editionis, tradit; inventum

tum tempus ab obſervatione ſubtractum, dedit mihi differentiam Gedani à Lutetia, cujus longitudine 22°. 30′. firmiter poſita, quam Illuſtriſſima Societas Gallica ita determinavit, etiam Longitudo Gedanenſis innoteſcit.

Notandum, me hic pro Epocha correcta hujus ſeculi aſſumſiſſe.

	H	′	″
1. D.	1.	12.	52.
Prima quam obſervavi emerſio, accidit Gedani -	5.	39.	40.
Pariſiis ſecundum calculum correctum - - -	4.	33.	36.
Ergo Gedanum à Pariſiis orientale - - -	1.	6.	4.
Secunda Emerſio Gedani obſervata - - -	7.	35.	20.
Pariſiis ſecundum calculum correctum - -	6.	28.	57.
Ergo Gedanum à Pariſiis orientale - - -	1.	6.	23.

Hæ ambæ obſervationes ſatis inter ſe conveniunt, ſi medium ex illis ſumo, differentia Gedani à Pariſiis erit - - - 1. 6. 14.

Tertia obſervatio his reſpondere non vult, neſcio an vitium in obſervatione aut tabulis lateat.

Obſervavi vero eam Emerſionem Gedani - -	5.	52.	24.
Calculus autem correctus dat Emerſionem Pariſ. -	4.	43.	27.
Hinc Gedanum à Pariſiis orientale eſſet - -	1.	8.	57.

Cum vero hæc differentia tam antecedentibus quam aliorum obſervationibus repugnet, tanquam inutilis ad hanc inquiſitionem rejicienda, eſt, niſi fortaſſe obſervatio quædam hujus Eclipſeos alibi habita, evincat, mendum aliquod in tabulis latuiſſe, quod tamen non facile crediderim.

Ex duabus prioribus obſervationibus, ut jam dictum eſt, differentia meridianorum Gedani à Pariſiis eruitur - -	1.	6.	14.
Differentia meridianorum Uraniburgi à Pariſiis ab ea ſubtracta		42.	10.
Relinquit differentiam Gedani ab Uraniburgo - -		24.	4.

	°	′	″
Eadem differentia à Pariſiis dat - - -	16.	33.	30.
Hæc addita Longitudini Pariſienſi - - -	22.	30.	0.
Dant Longitudinem Gedanenſem - - -	39.	3.	30.

Addendum adhuc aliquid eſt, de obſervatione Emerſionis ſecundi ſatellitis, quam 9. Jan. obſervavi. Computavi nimirum eandem emer-

ſionem ad meridianum Pariſienſem, ex tabulis Caſſini reformatis, eamque inveni

	H	′	″
	5.	53.	54.
Differentia Gedani & Pariſiorum - - - -	1.	6.	14.
Hinc ſecundum tabulas, 2dus Gedani emergere debuiſſet	7.	0.	8.
Obſervavi vero emerſionem illam - - -	7.	33.	5.
Erravit itaque calculus in defectu - - -		32.	57.

Quæ annotatio in correctione tabularum hujus ſatellitis utilis eſſe poterit.

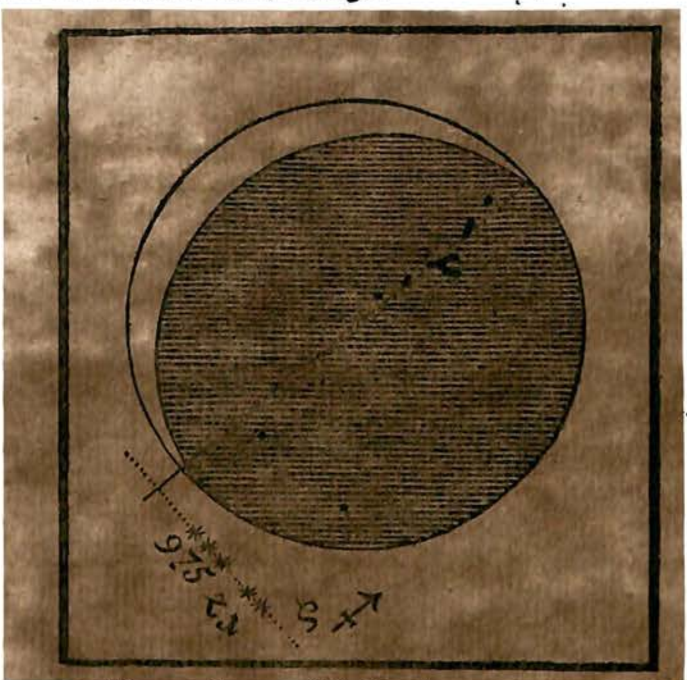
Tranſitus ϱ♉. Stellæ 4tæ magnit.

Anno 1715. 29. Nov. veſperi Gedani obſervatus, per tubum 7. pedum.

	Temp. horol. oſcill. H ′ ″	Tempus correct. H ′ ″	part. micr.		Diſtantiæ & Altitud. ° ′ ″
1	5.35. 0	5.35.50	11½	ϱ♉ à prox. marg. ☽æ	0. 4.34
2	5.37.26	5.38.16	24	ϱ♉ à prox. cuſp. ☽æ	9.33
3	5.40. 0	5.40.50	76	Diam. ☽æ ſ. diſtantia cuſpid.	30.14
4	5.41. 0	5.41.50	77	Diam. ☽æ horizonti parallel	30.38
5	5.45. 5	5.45.55	82	ϱ♉ à remotiſſima cuſp. ☽æ	32.27
6	5.46.55	5.47.45	6	ϱ♉ à prox. marg. ☽æ	2.23
7	5.48. 0	5.48.50	13	ϱ♉ à prox. cuſp. ☽æ	5.10
8	5.50.10	5.51. 0	9	Lunæ partes lucidæ	3.35
9	5.52. 0	5.52.50	10	ϱ♉ à prox. cuſp. ☽æ	3.59
10	5.57.10	5.58. 0	—	ferè ☌. ϱ♉ à prox. marg.	
				☽ 4. p. m. aut paulò minus	1.30
11	6. 5.28	6. 6.18	—	Conjunctio jam præteriit	
	8.11.25	8.12.40	—	Altitudines ſiniſtri	16.56. 0
	8.15. 5	8.15.52	—	humeri, ſive γ Orionis	17.23. 0
	8.17.20	8.18. 8	—		17.43. 0
	8.19.40	8.20.12	—		18. 0. 0

Quam-

Quamvis Conjunctionem ipſam ob nubes arboresque, à quibus Luna occaſui propinquans occultabatur, obſervare nequiverim, tamen è collatione præcedentium obſervationum, Conjunctionem hora 6. 2′. aut 6^{H}. 2′. 20″. factam eſſe, colligo.



Per tubum objecta invertentem.

Tranſitus σ♈. Stellæ 6tæ magn.

Anno 1716. 31. Jan. Gedani obſervatus veſperi, per tubum 7. pedum.

Situs inverſus obſervatione 2da.



Temp. corr.

H	′	″		′	″
7.	28.	10.	σ♈ à prox. cuſp. ☽æ 28. p. m. ſive	11.	8.
7.	48.	40.	Conjunctio proxime inſtat.		

Hæc

Hæc tantum per intervalla nubium obſervare potui, quæ poſtea cœlum denſè velaverunt. Secunda obſervatione ſtella 5. circiter part. micr. à limbo ☽æ aberat, hoc eſt 2′. 0″. Apertura enim 4. partium nimis arcta, 6. vero nimis aperta mihi videbatur, ſed hæc feſtinanter, ob nubes intervenientes, annotare debui. 1. minuto aut ad ſummum 2′. poſt 2dam obſervationem ☌ fieri debuit. Ergo ☌ ☽ & σ ♈ viſa. 7ᴴ. 50″. circiter.

Tranſitus β ♏ Stella 2dæ magn.

Anno 1716. Die 3. Junii veſperi, Gedani obſervatus per tubum 7. pedum.

Ordo obſ.	Temp. horol. oſcill. H ′ ″	Tempus correct. H ′ ″		part. micrometri	Diſtantiæ & Altitud. H ′ ″
1	9.36. 0	9.36.16	Diameter Lunæ	75	0.29.50
2	9.50. 0	9.50.20	Lunæ partes lucidæ	73½	29.14
3	9.57. 0	9.57.20	* à proximo margine ☽æ	60	23.52
4	10. 1. 0	10. 1.20	* à monte Sinai	72	28.39
5	10. 2.24	10. 2.45	* à palude Maræotide	76	30.14
6	10. 4.45	10. 5. 6	* à proximo margine ☽æ	56	22.17
7	10. 6.30	10. 6.51	* à M. Sinai	69	27.27
8	10. 8. 0	10. 8.22	* à pal. maræot.	75	29.50
9	10.15. 6	10.15. 4	Altitudo Spicæ Virginis	—	21.42. 0
10	10.16. 2	10.16.40	iterum ſumpta	—	21.35. 0
11	10.17. 5	10.17.48	Altitudo Spicæ Virginis	—	21.30. 0
12	10.18.35	10.18.36	eadem altitudo	—	21.26.30
13	10.20. 8	10.20.28	rurſus	—	21.18. 0
14	10.21.10	10.22. 0	denuò	—	21.11. 0
15	10.27.28	10.27.52	* à proximo margine ☽æ	46½	0.18.30
16	10.30.30	10.30.55	* à monte Sinai	58	23. 4
17	10.32.58	10.33.23	* à Pal. Maræotide	75	29.50
18	10.35.30	10.35.55	* à prox. marg. ☽æ	44	17.30

Ordo

Ordo obſ.	Temp. horol. oſcill. H ′ ″	Tempus correct. H ′ ″		part. micrometri	Diſtantiæ & Altitud H ′ ″
19	10.38.26	10.38.52	* à Monte Sinai	55½	22. 5
20	10.39.51	10.40.17	* M. Sinai & Inſ. Besbicus	in ea-	dem linea
21	10.43.12	10.43.39	* à palude Maræotide	76½	30.26
22	10.56.57	10.57.26	* a proximo marg. ☽æ	41½	16.31
23	11. 0.24	11. 0.53	* à monte Sinai	54	21.29
24	11. 4.15	11. 4.45	* à palude Maræotide	84	33.25
25	11. 6.55	11. 7.25	* M. Sinai & M. Ætna in ea-	dē li-	nea recta
26	11. 8.56	11. 9.27	* a palude Maræot.	86	34.12
27	11.12. 8	11.12.39	* a prox. marg. ☽æ	42½	16.55
28	11.15.10	11.15.42	* à prox marg. ☽æ	43	0.17. 6
29	11.19.20	11.19.52	* à pal. Maræot.	92	36.36
30	11.21.25	11.21.57	* à prox. marg. ☽æ	44½	17.42
31	11.22.15	11.22.47	* M. Sinai & M. porphyritis	in ea-	dem linea

NB. Obſervatio 20. eſt valde dubia.

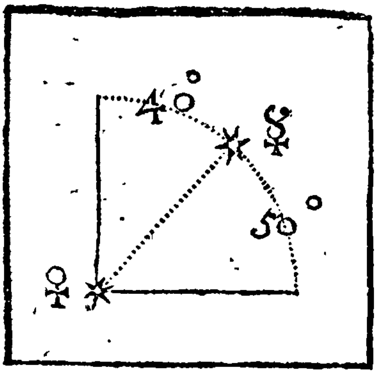
Obſervationes Conjunctionum
Planetarum inter ſe, Gedani habitæ.

☌ ♀ ☿ Anno 1715. Die 7. Septemb. manè.

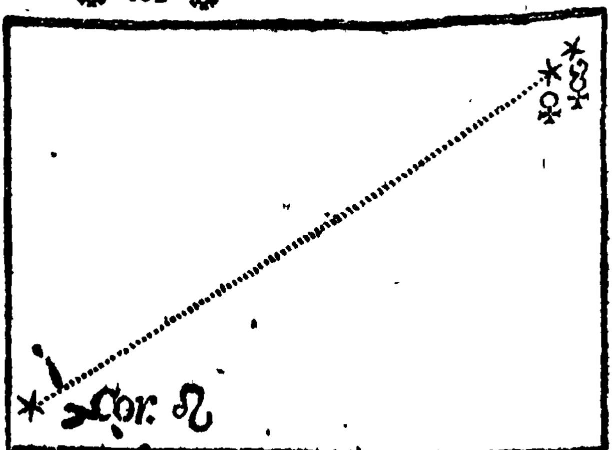
Die Saturni, ſeptimo Septembris Venerem & Mercurium arctè ſibi conjunctos obſervavi, diſtabant verò hor. 4. 32′. temporis veri, inter ſe, 10. partibus micrometri tubi ſeptempedalis, id eſt 4′. 0″.

♀ à Corde Leonis aberat integra capacitate ejusdem tubi, id eſt, ut poſtea dimenſus ſum, 250. partes micrometri, quæ 1°. 39′. 28″. efficiunt; hanc diſtantiam ſumſi 4H. 40′.

Horà 4. 55′. eandem menſuravi diſtantiam, per tubum 2. pedum & inveni 108. part. micrometri, id eſt 1°. 39′. 6″. ubi aurora mihi cor Leonis jam nimis obfuſcabat, ita ut hanc diſtantiam difficulter nactus ſim.



$4^{H}. 40'$. per tubum 7. pedum, objecta invertente.



Situs inverſus, per tubos 2. & 7. pedum.

Quæramus ex his Loca ♀ & ☿, tempus Conjunctionis &c. & videamus, in quantum Calculus Rudolphinus conſentiat cum cœlo, aut verò aberret.

Obſervavi vero Diſtantiam ☿ à ♀ 4′. 0″. ♀ris ab α ♌ 1°. 39′. 15″. obſervavi etiam ♀rem paulo infra lineam, à ☿io ad Cor ♌ ductam.

Supponere debui Latitudinem ♀ris ex Ephemeridibus 1°. 8′. 20″. ſeptentrionalem, cum ſæpius cum cœlo ſatis conveniant, & calculus ad ſummum 2. vel 3. minuta tantum, in iis à cœlo aberrare ſoleat. Longitudinem & latitudinem Cordis ♌ è Catalogo ſtellarum fixarum Hevelii deſumſi, Longitudinemque ad tempus obſervationis reduxi.

His datis, ad tempus obſervationis 1715. 7. Sept. $4^{H}. 40'$. ante mer. Meridiani Gedanenſis, ſequentia inveniuntur.

		Ex obſervatione	Ex Ephemerid.	Differens.
		° ′	° ′	′
1	Longitudo ♀ris	27. 13 ♌	27. 33 ♌	20
2	Longitudo Mercurii	27. 17 ♌	27. 24 ♌	7
3	Latitudo Mercurii	1. 9½ S	1. 10½ S	1
4	Differentia longit. ♀ & ☿	4	9	13
5	Tempus ☌nis ♀☿ Gedani	6. Sept. 11^{H}. 30′. p.m.	7. S. 4^{H}. 30′. p.m.	17. Hor.
6	Diſtantia minima ☿ à ♀	0′½ Mer.	6′½ Sept.	7′

Quod

Quod ſi vero ♀eris latitudo uno vel duobus minutis major vel minor fuerit, id noſtram determinationem parum mutabit. Ex. g. ſtatuamus ♀eris Latitudinem tum temporis fuiſſe 1°. 10'. cetera verò retineamus. Erit ita

		Ex obſervat. ° '	Ex Ephem. ° '	Differentia '
1	Longitudo Veneris	27. 12 ♌	27. 33	21
2	Longitudo Mercurii	27. 16 ♌	27. 24	8
3	Latitudo Mercurii	1. 11 Sept.	1. 10½	0½
	Cetera manebunt ut ſupra.	Aut ſtatuamus Veneris latit. 1°. 6'. S.		
	Tum erit	Ex obſervat. ° '	Ex Ephem. ° '	Differentia '
1	Longitudo Veneris.	27. 14 ♌	27. 33	19
2	Longitudo Mercurii	27. 18 ♌	27. 24	6
3	Latitudo Mercurii	1. 7 Sept.	1. 10½	3½
	Cetera etiam manebunt ut ſupra.			

Conjunctio Martis & Veneris,

Anno 1716. circa medium Martii, Gedani obſervata veſperi.

Die ♄. 7. Mart. Horâ 6. 10'. diſtantiam ♂ & ♀ tubo 2. pedum cepi, eamque 170. partium micrometri, id eſt - - - 2°. 35'. 59''. inveni, ob diverſam refractionem horum planetarum add. - 31.
Erit ita diſtantia ♂ & ♀ vera - - - 2. 36. 30.

Die ♃. 12. Mart. Horâ 6. 0'. Diſtantia ♂ & ♀ per tubum 7. pedum erat 34. part. micr. vel - - - - 13. 32.

Suppoſui ex Ephemeridibus motum ♀eris à Marte in 5. Diebus 2°. 25'.

His datis provenit tempus Conjunctionis ♂tis & Veneris, Die 13. Mart. hora 3. ante meridiem, & diſtantia Martis à ♀ere in proxima conjuncti-

junctione 8. minuta ſeptentrionem verſus. Cum vero hæc determinatio, duabus tantummodo obſervationibus innitatur, prima etiam obſervatio per tubum 2. tantum pedum habita ſit, eam non accuratisſimam pronunciabo.

Promiſerunt Ephemerides proximam Conjunctionem, horâ circiter 3. poſt meridem, ſub meridiano Gedanenſi, diſtantiam vero minimam 10′.

Conjunctio ♃ & ♀.

Die 11. Aprilis, Anni 1716.

Tubo duorum pedum, quatuor diverſis diebus diſtantias ſequentes horum planetarum nactus ſum.

	Tempus verum ^{H} $'$	partes microm.	Diſt. ♃ & ♀ $^{\circ}$ $'$ $''$	Diſt. corr. ob refract.
Die ♃ 9. Apr.	7. 26 veſperi	185	2. 49. 45	- - -
♄ 11. Apr.	7. 30	124	1. 53. 47	- - -
				$^{\circ}$ $'$ $''$
☉ 12. Apr.	8. 30	136	2. 4. 48	2. 5. 24
☽ 13. Apr.	8. 30	174	2. 39. 40	2. 40. 15

Aſſumſi ex Ephemeridibus motum ♀ris à ♃ve quatuor dierum, 3°. 55′. tunc comparatione facta inter has diſtantias & motum ♀ris à ♃ve, inveni tempus Conjunctionis die 11. Aprilis, hor. 10. 0′. poſt. merid. diſtantiam minimam, tempore conjunctionis 1°. 53′. 40″. quam determinationem tantò accuratiorem judico, cum omnes quatuor obſervationes optime ſibi reſpondeant.

Ephemerides dederunt Conjunctionem ♃ & ♀ Gedani, Die 11. Aprilis 4^{H}. 0′. p. m. & diſtantiam minimam 1°. 49′. hinc calculus cœlum 6. circiter horas anticipavit, diſtantiam quoque minimam 5. ferè minutis arctiorem promiſit.

Conjunctio ♄ni retrogradi, cum γ ♍.

Anno 1716. Die 18. Februarii.

Prædixerunt Ephemerides circa finem Februarii, ſeu ante meridiem ultimi Februarii, Conjunctionem Saturni retrogradi cum γ ♍. Cum verò

verò ſatis ſcirem, motum ♄ni nondum ad omnem perfectionem perductum eſſe, ita, ut calculus ſæpius, ob tarditatem planetæ, aliquot diebus fallat, jam decimo nono Februarii Saturnum obſervare cœpi, ſequentibusque ſerenis noctibus continuavi.

		H ′	Diſtantiæ	part.micr.	tubi	′ ″
1	Die ☿ 19. Febr.	9. 56 p. m.	♄ & γ ♍	37	7. ped.	14.43
2	Die ♄ 22. Febr.	8. 59	♄ & γ ♍	52	7. ped.	20.41
3		9. 5	γ ♍ & a	70	7. ped.	27.51
4		9. 9	♄ & a	117	7. ped.	26.32
5	Die ☉ 23. Febr.	9. 5	♄ & γ ♍	59½	7. ped.	23.24
6		9. 27	♄ & γ ♍	25	2. ped.	22.56
			vel	26	2. ped.	23.51

Ex his obſervationibus videbam Conjunctionem ♄ & γ ♍ etiam 19. Februarii jam prætcriiſſe, ut vero certus fierem, quando ☌ facta fuerit, ex obſervationibus tempus conjunctionis & diſtantiam minimam, trigonometrice inveſtigavi. Aſſumendus vero mihi fuit motus Saturni 4. Dierum, ex Ephemeridibus 13′. vel 14′. aſſumſi ergo eundem 13′. 30″. Fuit itaque motus Saturni unius diei 3′. 22″. quam proxime. His datis inveni conjunctionem ♄ & γ ♍ die 18. Februarii vel 3ᴴ. 30′. vel 7ᴴ. 30′. ante meridiem accidiſſe. Diſtantiam vero minimam vel 13′. 27″. vel 13′. 41″. fuiſſe. Ex his utriusque medium ſumere, tutisſima erit via, ita, ut ſtatuendum ſit, Conjunctionem Saturni & γ ♍ die 18. Febr. hor. 5. 30′. circiter, ante meridiem celebratam fuiſſe, planetamque eo tempore, à ſtella jam ſæpius dicta, 13′. 34″. meridiem verſus diſtitiſſe. Patet itaque, Ephemerides ſecundum tabulas Kepleri ſupputatas, hanc conjunctionem nimis tardè annunciaſſe, undecim circiter diebus.

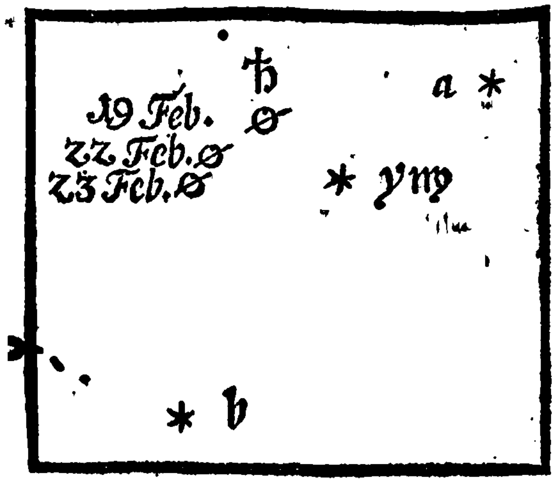
His etiam annotatiunculam ſequentem apponere placuit, quantum calculus in motu Saturni à cœlo diſceſſerit.

Anno 1716. 18. Februar. mane, hor. 5ᴴ. 30′.

	Obſervatio ° ′	Ephemerides ° ′	Different. ′
Saturni Longitudo	6. 13 ♎	6. 51 ♎	38
Latitudo	2. 38 Sept.	2. 35½ Sept.	2½

♄ pro-

♄ prope γ ♍, per tubum objecta invertentem 7. pedum.



XIII.
Occultatio Jovis,
Anno 1716. Die 4. Januarii veſperi, Gedani obſervata,
à
CHRISTFRIDO KIRCH.

Ordo obſ.	Horolog. oſcillat. ″ ′ ″	Tempus correct. ″ ′ ″		part. micrometri	Diſt. & Altitud. ° ′ ″
1	8.35.10	8.46.48	Altitudo Pollucis, orient.		42.48.0
2	39.25	51.28	Eadem Altitudo		43.28.0
3	41.15	52.52	Rurſus		43.40.0
4	43.10	8.54.36	Denuo		43.55.0
5	52.29	9. 3.56	Altitudo Lucidæ ♈ occident.		49.13.0
6	54. 0	6.12	Iterum ſumpta		48.58.0
7	56.11	7.28	Rurſus		48.49.0
8	57.50	9.24	Denuo		48.36.0

Ordo

Ordo obſ.	Horolog. oſcillat. H ′ ″	Tempus correct. H ′ ″		part. micrometri	Diſt. & Altitud. ° ′ ″
9	8.59.11	9.10.36	Rurſus		48.27.0
10	9. 1.37	12.44	Rurſus		48.12.0
11	2.50	14.44	Denuo		47.58.0
12	4.46	16. 8	Rurſus		47.48.0
13	16. 0	27.20	Lunæ partes Lucidæ	64	0.25.28
14	18. 0	29.19	Diameter Lunæ	84	33.25
15	21. 0	32.18	M. Ætnæ limb. remot. à con ſin. lucis & umbr.	10	3.59
16	38. 0	49.10	Diſtantia Satellitum a. b.	$8\frac{1}{2}$	3.23
17	9.40. 0	9.51. 9	b. à remotiori limbo Jovis	11	4.22
18	10. 4.30	10.15.28	Diſtantia Jovis ab Inſ. Besbico	108	42.58
19	9.55	20.51	♃ à Monte Ætna	82	32.37
20	11. 0	21.55	♃ à Lacu nigro majore	88	35. 0
21	13. 0	23.54	Lac. nig. maj. à prox. limb. ☽æ	$10\frac{1}{2}$	4.10
22	18. 0	28.52	M. Ætna à remot. Limbo ☽æ	$55\frac{1}{2}$	22. 5
23	20. 0	30.51	Eadem diſtantia	$56\frac{1}{2}$	22.29
24	22. 0	32.50	cum maj. diligentia repetita	56	22.17
25	27. 0	37.48	♃ à Lacu nig. maj.	68	27. 3
26	29.29	40.16	♃ à Lacu nigr. maj.	65	25.52
27	33. 0	43.45	♃ à Monte Ætna	57	22.41
28	36.30	47.14	♃ à Lac. nig. maj.	57	22.41
29	10.40. 0	10.50.42	♃ à Lacu nigro majore	51	0.20.17
30	41. 6	51.48	♃ à Monte Ætna	49	19.30
31	48.50	10.59.28	Diſtantia Satellitum c. d.	14	5.34
32	49.30	11. 0. 8	Diſtantia Satellitum b. d.	16	6.22
33	50. 0	0.38	d à Centro Jovis	5	1.59
34	51. 0	1.37	a non amplius aderat	—	—

Ordo obſ.	Horolog. oſcilat. H ′ ″	Tempus correct. H ′ ″		part. micrometri	Diſt. & Altitud. ° ′ ″
35	10.52.55	11.3.31	♃ a Lacu nigro majore	35	13.55
36	54.10	4.46	♃ à M. Ætna. obſerv. dubia	36	14.19
37	56. 5	6.40	d ♃ c, b. Lac. nig. maj. in lin.	—	— —
38	57. 0	7.35	b immerſit [recta	—	— —
39	10.58.30	9. 4	c immerſit	—	— —
40	11. 2.30	13. 3	♃ a Lacu nigro majore	23	9. 9
41	4. 0	14.32	♃ a Lacu nig. maj.	22	8.45
42	5.35	16. 6	♃ tegi cœpit	—	— —
43	6.30	17. 0	♃ dimidius tectus, diſt. a Lac. nig. maj.	18	7.10
44	8.29	18.58	♃ totus evaneſcit	—	— —
45	11.40	22. 8	d evaneſcit	—	— —
46	31.45	42. 4	♃ dimidius jam apparet	—	— —
47	32.35	42.53	♃ totus prodire videtur	—	— —
48	35.50	46. 7	♃ Diametro ſui ipſius a Luna		
49	36.45	47. 1	♃ a Lacu nig. maj.	22	8.45
50	38.45	49. 1	♃ à M. Ætna	48	19. 6
51	40.45	50. 0	♃ à Lacu nig. maj.	27	10.44
52	41.58	11.52.12	♃ à proximo limbo Lunæ	6½	2.35
53	11.59.25	12. 9.48	Altitudo Cordis ♌		38. 1.0
54	12. 1.35	11.11.24	Altitudo repetita		38.12.0
55	8.31. 0	8.35.28	Altitudines Procyonis		23.54.0
56	33. 0	37.41			24.12.0
57	34. 0	38. 4	Die 5. Januarii veſperi.		24.14.0
58	35.32	40.10			24.32.0
59	47. 3	42.12			24.49.0
60	8.38.46	43.32			24.57.0

Vid. Tab. VI.

Promi-

Promiſerat Calculus arctiſsimum Tranſitum Jovis, ad quem rite obſervandum, omnem operam pro viribus meis impendi, cum tales obſervationes non ita frequenter accidere ſoleant, nubes etiam ſæpius eas ſpectare impediant; quæ etiam impedimento fuerunt, ut de Occultatione Jovis 1715. 25. Julii, quam Norimbergæ, Pariſiis aliisque locis obſervarunt, nihil annotare potuerim. Nunc vero cœlum cœptis noſtris admodum favere videbatur, cum, quamvis gelidisſima, ſerenisſima tamen tempeſtas exiſteret, quæ conjunctionem hanc ex voto obſervandam promittebat.

Cum aliquot diſtantias Jovis a Luna obſervaſſem, facile deprehendi, Jovem non ſolum, ut antea putaram, arctum tranſitum celebraturum, ſed ut ex via viſa Jovis animadvertere potui, illum plane ſub Luna occultatum iri, quod etiam factum; ita ut rarum hoc Phænomenon, quod Celeberrimus Hevelius (qui obſervationibus Aſtronomicis invigilavit plus quam 50. annis) ter tantummodo obſervavit, contemplari & annotare potuerim. Initium Occultationis ex hypocauſto obſervabam, ubi hoc impedimentum oriebatur: Vapores inſenſibiles ex hypocauſto per tubum adſcendentes, vitrum objectivum ab interna parte paulatim obducere ſolebant, qui ſenſim denſiores facti, congelaſcebant, ob gelidiſſimum aërem qui idem vitrum ab externa parte contingebat; Quod quidem non impediebat, quin Lunæ maculas æque fere diſtinctas, cernere potuerim; Jupiter etiam vix aliquantum mutabatur, præſertim cum ſubinde vitrum exemerim, idque purgaverim linteolo; attamen iſti vapores, ſatellites Jovis, ob viciniam Lunæ jam ſatis parvos, valde obfuſcabant, ut difficulter obſervari potuerint, quare etiam eorum occultationem tam accurate notare non potui, præſertim ſatellitis a, qui minimus erat, cum per aliquot ſecunda dubius hærerem, utrum ſatelles jam certe occultatus eſſet, an tantum oculorum aciem effugeret; Occultationem vero Satellitis d, ut exiſtimo, ſatis accurate annotavi, etiam in occultatione b & c dubium ultra 5''. non ſubeſſe, plane perſuaſus ſum. a quartus ſatelles erat, d primus, uter vero ſatellitum b. c. ſecundus, uter tertius fuerit, eo tempore non conſideravi. Emerſionem in ſuperiori pavimento, ſub tecto obſervavi; ſed quamvis hic nulli vapores impedimento eſſent, ita ut Lunam nitidisſime contemplari potuerim, nullos tamen ſatellites ſub Luna prodeuntes cernere licuit, cum lunare lumen

nimis propinquum, eos quaſi exſtinxiſſet. Repoſueram tubum pauliſper e manibus, ut vitrum objectivum denuo purgarem, non ſatis clarum enim id mihi videbatur; ſed cum Lunam rurſus contemplarer, Jovem jam dimidium circiter, aut potius ſupra dimidium, emerſiſſe animadvertebam, ſicuti obſervatione 46. annotavi. Paulo poſt, nimirum obſervatione 47. integrum Jovem jam ab occultatione liberatum putabam, ſed hic planeta amplius quam per quadrantem minuti primi, imo fere per dimidium minuti poſt illam 47. obſervationem, Limbo Lunæ adhærere adhuc videbatur. Hora 11. 16′. 6″. initium occultationis obſervavi, primum vero attactum limborum Jovis & Lunæ paucis ſecundis antecedere debuiſſe, neceſſe eſt, cumque factum Hora 11. 16′. 0″. Immerſio Jovis totalis notata eſt H. 11. 18′. 58″. ut ita ſit duratio immerſionis diſci Jovis 2′. 58″. quare colligo veram emerſionem Centri Jovis 11^H. 41′. 46″. & emerſionem Jovis totalem 11^H. 43′. 15″.

Comparationem inſtituens inter Jovis diſcum & maculas Lunares, deprehendi eum notabiliter minorem Monte Ætna, notabiliter vero majorem inſula Creta, & fere Monti Sinai æqualem, ſed tamen paulo minorem illo. Fuiſſet ita Diameter Jovis, ſecundum tabulas Selenographicas Hevelii, æqualis 0. Dig. 21. vel 22′. Diametri Lunaris, ſive 1′, 0″. cum Diameter Lunæ fuerit 33′. 24″. Verum ex tempore inter primum contactum limborum Jovis & Lunæ ad totalem Jovis immerſionem diametrum Jovis multo minorem inveni, ſc. 33″. & ex tempore ab emerſione Centri Jovis, ad diſtantiam marginum Jovis & Lunæ, æqualem uni diametro Jovis, paulo aliam, ſcilicet 36″. Sed de hac diverſitate alibi pluribus egi, quare hic prolixior eſſe nolo.

Jupiter ante immerſionem & in immerſione ſatis clarus apparebat, ſed cum ſub lucida parte Lunæ emergeret, admodum videbatur pallidus, ejusque lumen, Lunari multo erat obſcurior.

Ceterum notandum, me tubo uſum fuiſſe 7. pedum; altitudines vero cepi per quadrantem unius pedis in radio, qui ſecundum Hedræi modum in minuta eſt diviſus. Altitudines obſervatas in tabella obſervationis appoſui, iis vero 7. minuta addenda ſunt, ut prodeant altitudines viſæ correctæ, quod crebræ me edocuerunt obſervationes. Declinationes & Aſcenſiones rectas ſtellarum ex Catalogo Hevelii deprompſi.

Diſtan-

Diſtantias Jovis & macularum ſemper a centris dimenſus ſum, niſi ubi expreſſis verbis adjecerim, quem adhibuerim marginem ; & obſervatione 48. diſtantia limborum (non centri) Jovis & Lunæ mihi æqualis videbatur diametro Jovis.

Summa obſervationis.

	h	′	″
Initium immerſionis - -	11.	16.	0.
Immerſio centri ♃ - -	11.	17.	29.
Immerſio totalis - -	11.	18.	58.
Medium occultationis - -	11.	29.	38.
Initium emerſionis - -	11.	40.	16.
Emerſio centri ♃ - -	11.	41.	46.
Emerſio totalis - -	11.	43.	15.
Mora Centri ♃ ſub ☽. -	0.	24.	17.
	°	′	″
Diameter ☽æ in alcit. 50. -	0.	33.	25.
Diameter Lunæ horizontalis -	0.	33.	0.
Horarius Lunæ viſus - -	0.	30.	40.

XIV.

Obſervatio Tranſitus Lunæ propè Aldebaran (α ♉ri ſecundum Beyeri denominationem) Anno 1718. *de Die*, & horis antemeridianis, die 16. Septembr. in Obſervatorio, quod Berolini eſt, Regio facta

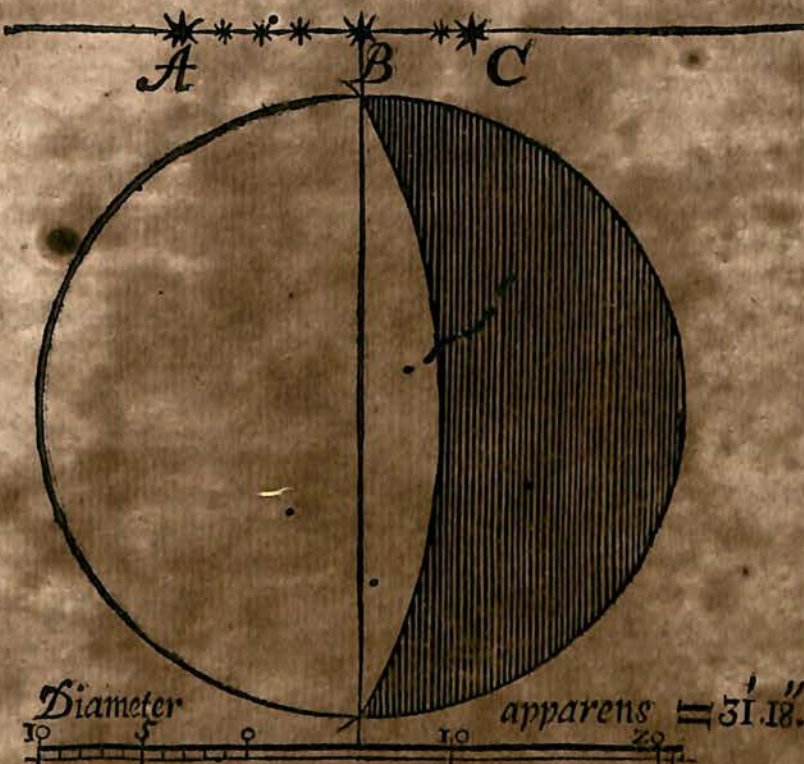
à

JOH. WILH. WAGNERO.

	Tempora ex Altitud. ☉is correcta.		Diſtantiæ in Partibus Gradûs.
	h ′ ″		° ′ ″
A	9. 20. 51	Aldebaræ à Limbo ☽æ proximo & integro	0. 4. 7 uſque 4. 32
	9. 24. 51	Ejusdem à proxima Lunæ Cuſpide -	0. 7. 49
	9. 27. 51	Ejusdem à proximo Montis Porphyritis Limbo - - -	0. 13. 35
	9. 32. 21	Ejusdem à Limbo Lunæ proximo -	0. 3. 18
B	9. 40. 21	Ejusdem à Limbo Montis Porphyritis proximo in ipſa conjunctione viſa vel paulo poſt - - -	0. 15. 39
	9. 44. 51	Ejusdem à proxima ☽æ cuſpide -	0. 5. 21
C	9. 48. 6	Ejusdem a Monte Porphyrite -	0. 19. 21
		Diameter Lunæ apparens - -	0. 31. 18
	10. 2. 3	Altitudo Solis - - - -	34. 36. 0
	10. 5. 31	Altitudo ejusdem repetita - -	34. 55. 0
	10. 8. 31	Altitudo ejusdem - - - -	35. 7. 0
		Obſervatio igitur dat Diſtantiam Aldebaræ à Centro Lunæ minimam -	0. 18. 56

Rariſſima omnino hæc eſt obſervatio, quæ *de Die* facta eſt. Sciendi cupidus, an ejusmodi obſervatio & *Hevelio* forte obtigerit, obſervationes ejus pauliſper perluſtrando inveni in *Anno Climacterico* pag. 173. & 174. plane ſimilem, nempe itidem Tranſitum Lunæ prope eandem Aldebaræ ſtellam, A. 1683. Die 6. Novembr. ſt. n. ipſi *de die* obſervatum. Multum ibi dicit de obſervationis ſucceſſu ſuæ, quæ jam ſplendente Sole fieri potuerit. Sed uti neſciebat tum temporis an & talis ante ſuam alicubi acciderit obſervatio; ita neque mihi jam conſtat, an poſt ejus & ante meam iſtam obſervationem alia ſimilis cuidam contigerit. Interim ipſe quidem Hevelius Fixam eandem per Tubum decem pedum perſpexit, quæ mihi per Tubum quinque pedum viſa eſt. Ille non niſi unam Lunæ à ſtella diſtantiam capere potuit, neque conjunctionem viſam & minimam diſtantiam adeptus eſt; diſtantiarum contra ipſe aliquot tàm ante & poſt conjunctionem, quàm in ipſa conjunctione particeps factus

ſum;



ſum; in obſervatione Heveliana Sol ſupra Horizontem duos circiter tantum, in mea triginta & plures gradus elevatus fuit, & conſequenter fortiori diei luce mihi quam illi ſtellam videndam permiſit.

XV. Tran-

XV.

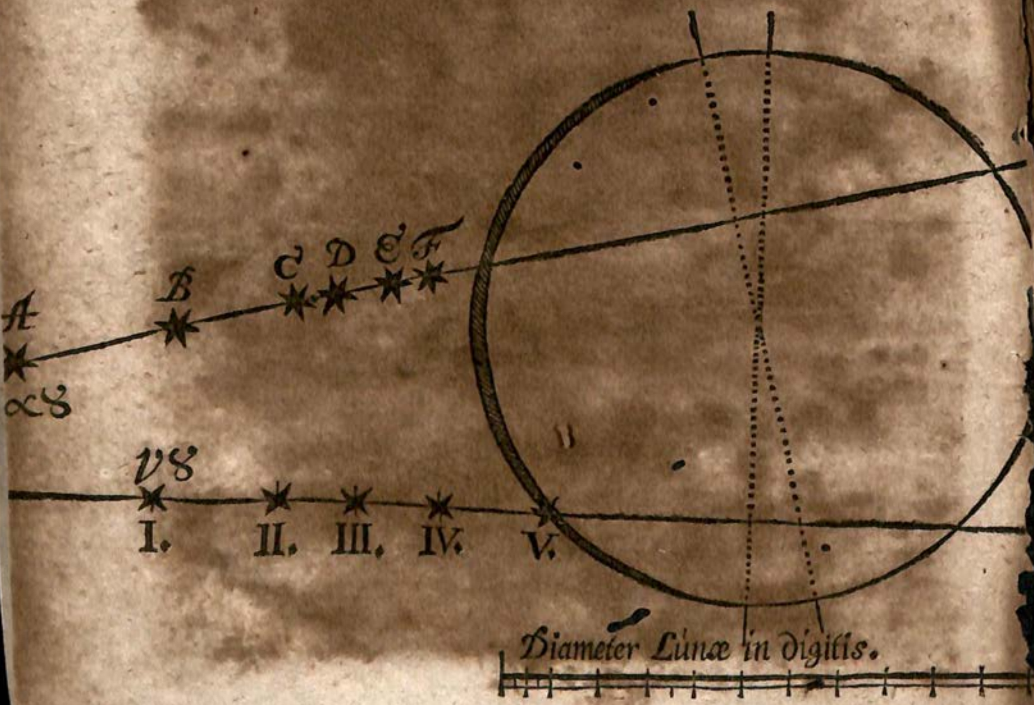
Tranſitus Lunæ duo,

vel potius

Occultationes fixarum duæ, ſcil. (juxta Beyeri Denominationem) (1) γ Tauri, Hyadum unius, Die 6. Dec. poſtmer. & (2) α Tauri ſ. Aldebaræ Die 7. ejusd. antemer. A. 1718. à Corpore Lunari factæ, & in Specula Aſtronomica Regia Berolini obſervatæ & uno Schemate conjunctæ

à

JOH. WILH. WAGNERO.



I.

Occultatio Fixæ, videl. γ Tauri (juxta Bayeri deſignationem) A. 1718. D. 6. Decembr. poſtmeridiem, à corpore Lunæ facta & Berolini in Specula Aſtronomica Regia, obſervata à Joh. Wilh. Wagnero.

I. Hor. 7. 2′. 43″. Diſtantia Fixæ (nempe γ♉) à limbo paludis Maræotidis = 49. part. Micr. = 0°. 20′. 11″.

Hor. 7. 12′. 3″. Altitudo Lucidæ Lyræ = 32°. 49′. 0″.

II. Hor. 7. 15. 53. Diſtantia ejusdem Fixæ à proximo montis Porphyritis limbo = 52. p. m. = 0°. 21′. 25″.

Hor. 7. 19′. 35″. Altitudo Lucidæ Lyræ = 31° 55′. 0″.

III. Hor. 7. 24. 8. Diſtantia ejusdem Fixæ à palude Maræotide = 25. p. m. = 0°. 10′. 18″.

IV. Hor. 7. 37. 13. Diſtantia ejusdem Fixæ à proximo montis Ætnæ limbo = 39. p. m. = 0° 16′. 4″.

V. Hor. 7. 44′. 29″. Fiebat *Immerſio* ſ. *occultatio* ejusdem Fixæ circa Montes Acabe & Caſius infra paludem Maræotidem.

Hor. 7. 50′. 8″. Altitudo Lucidæ Aquilæ = 14°. 39′. 0″.
Diameter Lunæ = 78. part. Micr. = 0°. 32′. 7″. & Latitudo Phaſeos ſ. partes lucidæ = 77. = 0°. 31′. 42″.

Tempora & Altitudines velim ſcias correctionem jamjam ſubiiſſe; & *Emerſionem* ſ. Detectionem Fixæ videre, per tenues nubes, quæ ſtatim oriebantur, me *non* potuiſſe. Interim obſervatio ſubminiſtrat *Tempus* ☌ *viſæ* = Hor. 8. 6′. 13″. & *Diſtantiam* à Centro Lunæ *minimam* = 28. part. Micr. = 0°. 11′. 32″.

II.
Altera
(quæ eadem nocte facta eſt)

Occultatio Fixæ, ſcilic, α Tauri, ſ. Aldebaræ A. 1718. D. 7. Decembr. antemeridiem à corpore Lunari facta, & in eadem Specula Berolini obſervata à J. W. Wagnero.

A. Hor. 3. 56′. 33″. Diſtantia ♉ ſ. Aldebaræ a Limbo ☽ proximo accreſcente = 62. part. Micr. = 0°. 25′. 32″.

B. Hor.

B. Hor. 4. 14′. 48″. Diſtantia ejusdem ab eodem limbo = 40. p. m. = 0°. 16′. 28″.
C. Hor. 4. 28′. 51″. Diſtantia ejusdem a Maræotide = 30. p. m. = 0° 12′. 21″.
Hor. 4. 30. 55. Diſtantia ejusdem a Porphyrite = 34. p. m. = 0° 14′. 0″.
D. Hor. 4. 32. 43. Diſtantia ejusdem a Maræotide = 26. p. m. = 0. 10′. 42″.
E. Hor. 4. 37′. 13″. Diſtantia ejusdem a Limbo ☽æ proximo accreſcente = ✻. vel ferè 13. p. m. = 0. 4′. 56″. ſ. 0. 5′. 21″.
F. Hor. 4. 41. 53″. Eadem Diſtantia = 7. p. Micr. = 0. 2′. 53″.

Poſthæc cohors nubium irruens Lunam cum ſtella, & occultationem mox ſecuturam mihi eripuit, & ſtella non niſi ſemel adhuc, nempe H. 4. 44′. 40″. paululum per nubes ſe conſpiciendam præbuit, cum Lunæ jam maximè propinqua eſſet.

Ex quantitate vel ratione motus viſi, quam Luna durante hac obſervatione tenuit, & ex directione ſemitæ ſtellæ vel potius Lunæ ſequitur: Debuiſſe *conjunctionem viſam* fieri = Hor. 5. 15′. 44″. & *Diſtantiam* ſtellæ a centro Lunæ *minimam* eſſe = 17. p. M. = 0°. 7′. 0″.

Tempora, etiam in hac obſervatione, *correcta* eſſe intelliguntur. Conferatur Schema Lunare in quo duæ hæ obſervationes conjunctæ ſunt.

XVI.

Eclipſis Solis,

Anno 1720. D. 4. Auguſti mane Regio Monti obſervata,

à

CHRISTOPHORO LANGHANSEN,

SS. Th. D. & Prof. Math. Ordinario.

Eclipſin Solis A. C. 1720. d. 4. Auguſti juxta Euſtachii Manfredii Ephemerides in Calendario Societatis Scientiarum Regiæ Regiomonti prædictam obſervaturus, ſole oriente paratus eram ad fa-

ciem ejus in Obſervatorio Collegii Fridericiani obſcurato excipiendam. Annuebat aëris benignitas, adeo, ut a primo ortus momento Solem conſpicere daretur. Totus autem aſcendebat, nec ullum alicujus deliquii apparebat veſtigium. Tunc variæ limbum Solarem inæqualitates lacerabant, ab aëre ni fallor, aliquantum nebuloſo exortæ, quæ initium eclipſeos exquiſite determinare non permittebant. H. 4. 15'. 49". incrementum deliquii in inferiori Solis parte jam ſatis notabile deprehendebatur; ſed figura Solis elliptica accuratas phaſium obſervationes in Schemate obſervationi deſtinato, circulari vetabat. Altius aſcendente Sole circulus redibat, & h. 4. 35'. 41". Digitum unum cum tribus quartis obſcurari diſtincte videbam. Incrementa adhuc ſumebat eclipſis, & maxima ni fallor,

1. Dig. 55'. erat	h. 4. 41'. 11".	Poſt decrementa, & quidem
$1\frac{1}{2}$ Dig.	h. 4. 49. 31.	
$1\frac{1}{4}$ Dig.	h. 4. 55. 28.	
1. Dig.	h. 5. 0. 41.	
$\frac{1}{2}$ Dig.	h. 5. 5. 18.	
$\frac{1}{4}$ Dig.	h. 5. 8. 9.	deficere obſervabam. H. 5. 9'. 31".

erat finis deliquii, cum Luna Solem in vicinia verticalis, per hunc ducti, egrederetur.

XVII.

Eclipſis Solis Horizontalis,

Anno 1720. D. 4. Auguſti mane in Obſervatorio Regio Berolinenſi obſervata

a

J. W. WAGNERO & C. KIRCHIO.

ANno 1720. Die 4. Auguſti, facta eſt notabilis Solis eclipſis, quæ in Arabia, Perſia, India & China centralis eſſe debuit. Berolini ſecundum Tabulas Rudolphinas, & Philippi de la Hire, plane

plane nulla in Sole eclipſis apparere debuit; ſed Ephemerides Cl. Manfredii (Tabulis Caſſinianis ſuperſtructæ) finem Eclipſeos paulo poſt Solis ortum Berolini obſervandam promiſerunt. Clara cœli facies nos invitabat ut ante Solis ortum Obſervatorium aſcenderemus, obſervationi operam daturi, ſi poſt ortum Solis aliquid Eclipſeos reſtaret. Cum inferior margo Solis ſupra Horizontem adſcenderet, notabilem adhuc Solis partem deficere animadvertimus. Diſcus Solis admodum ellipticus videbatur ob refractionem, ejusque margo valde irregularis. Pars deficiens per tubum major videbatur uno digito, minor vero duobus. Poſtea imaginem Solis in diſco obſervatorio excepimus, ob figuram vero ellipticam Diſci Solaris, Phaſes difficillime delineabantur, quare etiam duæ tantum ſunt notatæ. Cum delineatio Phaſium difficulter ſuccederet, finem exſpectabamus, Wagnerus in Diſco obſervatorio, Kirchius vero, Solem ipſum per tubum intuens, interpoſito vitro fuligine obducto, ne radii Solares oculum læderent. Qui etiam defectus Chordam ter obſervavit, & ex his obſervatis Chordis quantitatem defectus elicuit, hoc modo: Semidiameter Solis ex tabulis Dni. de la Hire reperitur tempore obſervationis 15′. 51″. Lunæ vero Semidiameter 15′. 23″. His datis, ſimul cum Chorda defectus, ſubtrahendus eſt Antilogarithmus Semichordæ ab Antilogarithmo Semidiametri Solis, nec non ab Antilogarithmo Semidiametri Lunæ; relinquuntur duo Antilogarithmi, quorum arcus colligantur in unam ſummam, & a Summa Semidiametrorum Solis & Lunæ ſubtrahantur: Scrupula reſidua ſunt ſcrupula defectus, quæ facile in digitos convertuntur. Hoc modo etiam ex phaſibus eruta eſt quantitas eclipſeos, nam ope circini reperitur Chorda defectus primæ phaſeos $\frac{54}{80}$ Diametri Solis, & Chorda ſecundæ Phaſeos $\frac{30}{80}$. Hæ vero quantitates inventæ, adhuc aliqua indiguerunt correctione ob refractionem, quæ cauſa fuit, ut Chordæ paulo minores ſint obſervatæ, quam ſi nulla refractio turbaſſet obſervationem.

Tabel-

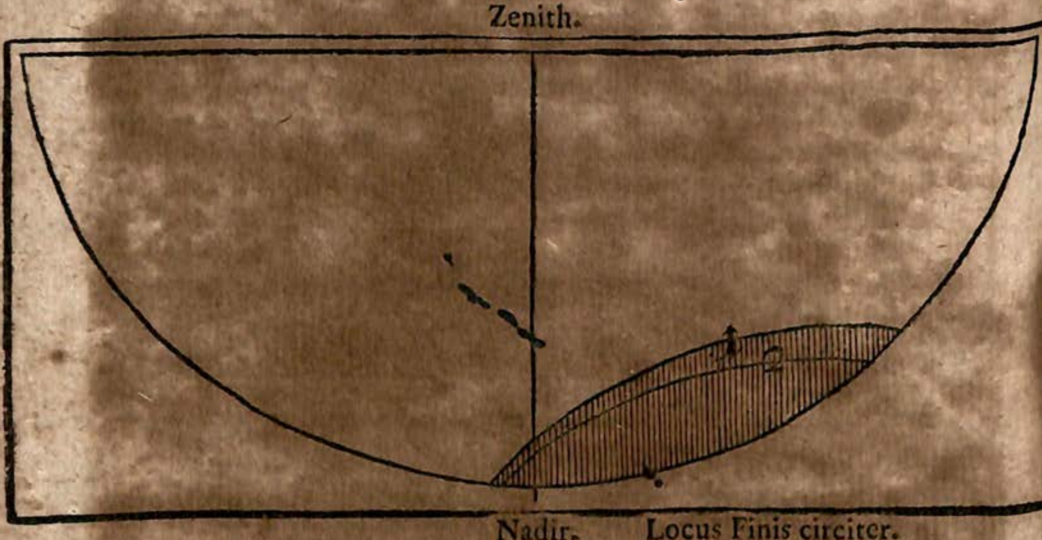
Tabella Obſervationis.

Ordo obſ.	Tempus ſec. Hor. oſcillat. H ′ ″	Tempus ex Altit. correct. H ′ ″		part. micrometri	Valor part. micr. ′ ″	Quantitas defect. Dig. ′	Quant. defect. correct. Dig. ′
1	4.16. 0	4.18.45	ſuperior margo	Solis	oritur		
2	4.19.40	4.22.25	inferior margo	Solis	oritur		
3	4.24.50	4.27.35	Prima Phaſis notata.			1. 10	1. 20
4			Secunda Phaſis.			0. 54	1. 0
5	4.32.56	4.35.41	Chorda defectus.	22	8.45	0. 28	0. 30
6	4.33.54	4.36.39	Rurſus.	20	7.57	0. 23	0. 24
7	4.35. 6	4.37.51	Denuo.	18	7.10	0. 19	0. 20
8	4.37.25	4.40.10	Fin. ſec. Wagner.				
9	4.37.45	4.40.30	Finis ſ. Kirchium.		° ′		
10	7.38. 8	7.40.56	Altitudines ☉is.		28.51		
11	7.40. 3	7.42.48			29. 8		
12	7.42.22	7.45.16			29.30		
13	7.44.40	7.47.28			29.50		
14	7.46.20	7.49. 4			30. 4		
15	7.47.36	7.50.24			30.16		

Altitudines Solis Kirchius ſuo conſueto quadrante, unius tantum pedis in radio, obſervavit, iisque, ratione habita, tam refractionis quam vitii dioptræ, $3\frac{1}{2}$ minuta addere debuit; & motus horologii ſpatio unius diei nimis tardus fuit, 24. ſecundis, quod ob correctionem temporis hic annotandum fuit. Cæterum hæc obſervatio ideo præſertim notanda, cum neque in Anglia, neque Gallia, neque Italia, ubi præſtantisſimi ſunt Obſervatores, potuerit annotari, Norimbergæ etiam Horizon nubibus fuerit obductus, ut nec ibi ſit obſervata hæc eclipſis.

 Schema

Schema Eclipſeos Solis. A. 1720. D. 4. Aug.



XVIII.

Differentia meridianorum inter Berolinum & Pekinum,

Ex duabus Eclipſibus primi Satellitis Jovis deducta

à

C. KIRCH.

REverend. P. Ignatius Köyler Soc. J. Tribun. Math. Præſes in China, Anno 1720. Pekini plures obſervavit Eclipſes Satellitum Jovialium, inter alias ſequentes 3. Emerſionis. D. 13. Maj. $9^{h}. 2'$. p. m.

D. 20. Maj. 10. 57. p. m.

D. 5. Jun. 9. 13. p. m.

Circa

Circa idem tempus duas hic Berolini obſervavi Emerſiones: primam in Obſervatorio Regio per Tubum 16. pedum, Die 18. Maji veſperi, eamque notavi $9^{H}. 35'. 34''.$ tempore correcto. Poſteriorem obſervavi Die 25. Maji in loco quodam non ſatis commodo, & per tubum 6. vel 7. pedum, ceterùm tamen optimæ notæ. Tempus verum Emerſionis mihi fuit $11^{H}. 30'. 0''.$

Ex Obſervationibus Pekinenſibus ſupra notatis, Tempora Berolinenſibus obſervationibus reſpondentia facile inveniuntur, ſcilicet

D. 18. Maj. $16^{H}. 28'. 15''.$
& D. 25. Maj. 18. 22. 20.

Ergo Differentia meridianorum Pekini à Berolino orientalis, ex priori obſervatione deducitur - - - - - $6^{H}. 52'. 42''.$
ex poſteriori 6. 52. 20.

Cel. Dominus De l'Isle junior priorem Emerſionem Lutetiæ obſervavit D. 18. Maj. $8^{H}. 50'. 52''.$ quare differentia inter Berolinum & Lutetiam colligitur $44'. 42''.$ quam ex aliis Obſervationibus deduxi $44'. 52''.$ Differentia inter Lutetiam & Pekinum colligitur $7^{H}. 37'. 23''.$

XIX.

Obſervatio Motus Jovis partim retrogradi partim directi, per tres Menſes, Martium, Aprilem & Majum Anni 1719. in Obſervatorio, quod Berolini eſt, Regio facta

à

JOH. WILH. WAGNERO.

QUoniam *Jupiter* tum temporis, à Latere *Reguli* ſive *Cordis Leonis* ſtellæ primariæ erat, Obſervatoris ex officio illius ab hoc diſtantiam ſæpius cæpi, ipſum non ſolum *retrogradum* ad *ſtationem* usque ſuam, ſed & poſtea *directum* tam diu perſecutus, donec per loci & temporis circumſtantias impeditus Planetam deſerui, & motui ſuo directo reliqui. Cæpi autem ſimul à duabus aliis *parvis* prope Tab. VII.

 idem

idem *Cor Leonis Fixis*, non niſi armato oculo viſibilibus, *Jovis* diſtantiam adeò ut ſingula hujus loca à tribus iſtis vel ſaltem duobus fixis punctis dependentia ſat accuratè conſtituta ſint; quod ut rectè fieri poſſet, harum & fixarum à ſe invicem & à Corde ♌nis diſtantiam inquiſivi ad earum *Longitudinem* & *Latitudinem* conſtituendam, quæ conſtituta poſteris etiam obſervationibus, ubi Planeta hanc regionem tranſit, inſervire poteſt.
Tab. VII. *Diſtantias* & *Loca Fixarum* & *Jovis* Schema præſens ob oculos ponet, in quo *Cor* ♌nis juxta Tabulas *Hireanas* habet Longitudinem = 25°.56′.0″. ♌ & *Latitudinem Borealem* = 0°.27′.0″. Et ut calculus cum obſervatis conferri, & examinari queat, numeros ipſos hic exhibendos duxi:

	Menſis Dies	Diei Hora p. M.	Nomina Stellarum	Diſtantiæ ° ′ ″
a	Mart. 22	11	♃ & Cor ♌ ♃ & fixa y	1.22. 9 1. 7.49
b	29	11	♃ & Cor ♌ ♃ & y	0.59.17 0.50.46
c	30	8	♃ & Cor ♌ ♃ & y	0.57.44 0.50.46
d	April 1	9	♃ & Cor ♌	0.55.45
e	3	10¾	♃ & Cor ♌ ♃ & y	0.53.52 0.51.32
f	6	8	♃ & Cor ♌ ♃ & y ♃ & z	0.54.38 0.56.34 0.41.51
g	18	11	♃ & Cor ♌ ♃ & y ♃ & z	1. 0. 4 1.10. 8 0.20. 9
h	21	11	♃ & Cor ♌ ♃ & y ♃ & z	1. 0.27 1.11.44 0.19.22
k	April 27	10	♃ & Cor ♌ ♃ & y ♃ & z	0.56.58 1.10. 8 0.20.32
l	Maji 1	10½	♃ & Cor ♌ ♃ & y ♃ & z	0.54.38 1. 7.49 0.26.44
m	3	10½	♃ & Cor ♌ ♃ & y ♃ & z	0.52.19 1. 5.29 0.30.14
n	5	10	♃ & Cor ♌ ♃ & y ♃ & z	0.51. 9 1.3. 33 0.35.39
o	7	10¾	♃ & Cor ♌ ♃ & y ♃ & z	0.48.49 1. 0.50 0.41.28
p	9	10½	♃ & Cor ♌ ♃ & y ♃ & z	0.47.40 0.59.17 0.47.40
q	17	10	♃ & Cor ♌ ♃ & y ♃ & z	0.57.21 1. 1.13 1.22. 9

Diſtantiæ trium iſtarum Fixarum inter ſe & à ſe invicem ſunt ſequentes, nempe:

		°	′	″
Cordis ♌nis & y	=	1.	45.	24.
Cordis ♌nis & z	=	1.	2.	0.
y & z	=	1.	29.	7.

Quatuor inter reliqua ſunt magis notabilia Obſervationum Momenta; *Duo* ſcilicet (f) 6. April & (o) 7. Maji, quibus *Jupiter* tam in Regreſſu quam motu ſuo directo *eandem Longitudinem* habuit, *Latitudine* diverſa gaudens, Et ſi diſtantia duorum iſtorum terminorum (ſcil. 6. April & 7. Meji) biſecetur, *ſtatio Jovis* vel ultimus regresſionis terminus incidit in Meridiem 22. Aprilis; id quod & obſervatio immediate oſtendit, cum 21. Aprilis (quod *tertium* inter notabiliora momentum eſt) Jupiter in regresſione ultimò obſervatus & neceſſe ſit, ut mox ab iſto termino viam ſuam directam inverit; Spatium enim (hk) duplum circiter eſt ejus (gh); hoc autem tribus & illud ſex diebus Jupiter abſolvit; ergo ulterius ferè non recesſit.

Et tandem 9. Maji *notabile* momentum eſt, quo jam iterum directus *Jupiter* cum *Corde* Leonis in *Conjunctione*, quoad Latitudinem autem ab eodem corde 48½ min. primis remotus ad Boream magis fuit. Incidit & in regreſſu Conjunctio ♃is cum corde ♌nis in diem 5. Aprilis (ſtatim poſt meridiem.)

Motum *Jovis* in Ephemeridibus Gauppii juxta Tabulas Hireanas factis determinatum cum obſervato iſto conferens inveni, quod *Latitudo Jovis* calculo iſtius elicita 3. vel 4. minutis primis ab obſervata deficiat, & *Longitudo* hinc inde aliquot vel paucis minutis differat.

Cæterum, quia *motus* Jovis *diurnus* tam parvus eſt, ut *horarius* obſervando vix ſenſibilis exiſtat, obſervationes omnes, diverſis licet pauliſper poſt meridiem horis factæ, eâdem ſemper hora e.g. decima factæ eſſe ſupponi poſſunt.

IN-

INDEX
Diſſertationum & Obſervationum
hoc Syntagmate contentarum.

Pars Prima,

Continens Literaria.

N. I. G*Isb. Cuperi* Epiſtola ad Joh. Carol. Schott de dato Daventriæ 14. Jul. A. 17.. p. 1.
Reſponſum *J. C. Schotti* ad præcedentem G. Cuperi epiſtolam. Utraque è Gallico idiomate Latine reddita. p. 8.
N. II. De Scripturæ Oecumenicæ, quam omnes gentes absque notitia linguarum legant & intelligant, methodo facili & expedita, ſignificatio *Dav. Solbrigii.* p. 28.
N. III. *Jo. Ge. Wachter* de lingua Codicis Argentei. p. 40.
N. IV. *Juſti Chriſt. Dithmari* Obſervatio hiſtorica, qua Woldemarum I. Marchionem Brandenburgenſem gentis Aſcaniæ ultimum fuiſſe, Woldemarum vero II. & Johannem IV. qui poſt illum Marchiæ Brandenburgenſi ad annum usque 1322. vel 1324. præfuiſſe dicuntur, conſictos eſſe probatur. p. 48.
N. V. *J. L. Friſch* etymon nominis Weſer (Viſurgis) fluvii Germaniæ. p. 54.
N. VI. *Ejusdem* ſignificatio nominis Montacoc, quod comiti cuidam Hennebergenſi olim datum fuit. p. 56.

Pars Secunda.

Continens Mathematica & Mechanica.

N. I. *Jac. Hermanni* Continuatio Schediaſmatis Art. VII. p. 197. primi Miſcellaneorum voluminis exhibiti. p. 59.
N. II. Regula qua inveniuntur omnes Diviſores cujuscunque producti Algebraici, dummodo in nullo diviſore ſit terminus

minus irrationalis ſeu incommenſurabilis, Aut. *Ph. Naudæo Jun.* p. 66.
N. III. Problema Geometricum. p. 89.
N. IV. Menſura Ungulæ à Cylindro abſciſſæ demonſtrata à *Jo. Henr. Hertenſtein.* p. 128.
N. V. *Chriſtfr. Kirchii* brevis diſquiſitio de eclipſi Solis, quæ à Sinenſibus anno 7. Quangvuti notata eſt. p. 133.
N. VI. *Jo. Wilh. Wagner* de eclipſi Solis A. 1706. Archangelopoli Moſcoviæ obſervata. p. 140.
N. VII. Diametri Lunæ apparentis & Phaſium ejus Quantitatis Obſervationes, ope tubi micrometro inſtructi, Berolini ſæpius factæ à *Jo. Wilh. Wagner.* p. 141.
N. VIII. Eclipſis Lunæ partialis A. 1712. d. 23. Jan. p. m. in hæmiſphærio orientali obſervata Norinbergæ à *Jo. Phil. à Wurtzelbau.* p. 147.
N. IX. Eclipſis Lunæ partialis d. ♄. 23. Jan. A. 1712. hor. Pomer. Cizæ, cœlo ſereno obſervata à *M. Gothofr. Teubero.* p. 149.
N. X. Eclipſis Lunæ partialis A. 1713. d. 2. Decemb. ante mer. obſervata Norinbergæ à *Jo. Phil. à Wurtzelbau,* p. 150.
N. XI. Eclipſis Lunæ horizontalis Norinbergæ obſervata A. 1717. d. 20. Sept. ante & poſt Solis occaſum à *Jo. Phil. à Wurtzelbau.* p. 152.
N. XII. Obſervationes quædam Aſtronomicæ annis 1715. & 1716. Gedani habitæ à *Chriſtfr. Kirchio.*
Emerſiones quædam ſatellitum Jovis. p. 154.
1. A. 1715. d. ♂. 10. Dec. p. 155.
2. A. 1716. d. ♃. 9. Jan. p. 155.
3. A. eod. d. ♄. 25. Jan. p. 156.
Longitudo Gedanenſis. p. 156.
Tranſitus ρ ♃ ſtellæ quartæ magnitudinis A. 1715. 29. Nov. p. 158.
Tranſitus σ ♈ ſtellæ ſextæ magnitud. p. 159.
Tranſitus β ♏ ſtellæ ſecundæ magnitud. p. 160.
Obſervationes Conjunctionum Planetarum inter ſe.
Conjunctio ♀ & ☿ A. 1715. d. 7. Septemb. p. 161.
Conjunctio ♂ & ♀ A. 1716. circa medium Mart. p. 163.
Conjunctio ♃ & ♀ d. 11. Apr. A. 1716. p. 164.

Conjunctio ♄ retrogradi cum γ ♍ A. 1716. d. 18. Febr. p. 164.

N. XIII. Occultatio Jovis A. 1716. d. 4. Januar. veſperi Gedani obſervata à *Chriſtfr. Kirch.* p. 166.

N. XIV. Obſervatio tranſitus Lunæ prope Aldebaran. A. 1718. de die & horis antemeridianis diei 16. Sept. in Obſervatorio, quod Berolini eſt, Regio facta à *Jo. Wilh. Wagnero.* p. 171.

N. XV. Tranſitus Lunæ duo, vel potius occultationes fixarum duæ &c. die 6. Dec. poſt mer. & d. 7. ejusd. ante mer. A. 1718. à corpore Lunari factæ, in ſpecula Aſtronomica Regia Berolinenſi obſervatæ, & uno Schemate conjunctæ. p. 174.

N. XVI. Eclipſis Solis A. 1720. d. 4. Auguſti mane Regiomonti obſervata à *Chriſtoph. Dunghanſen.* p. 176.

N. XVII. Eclipſis Solis horizontalis A. 1720. d. 4. Aug. mane in obſervatorio Regio Berolinenſi obſervata à *J. W. Wagnero* & *C. Kirchio.* p. 177.

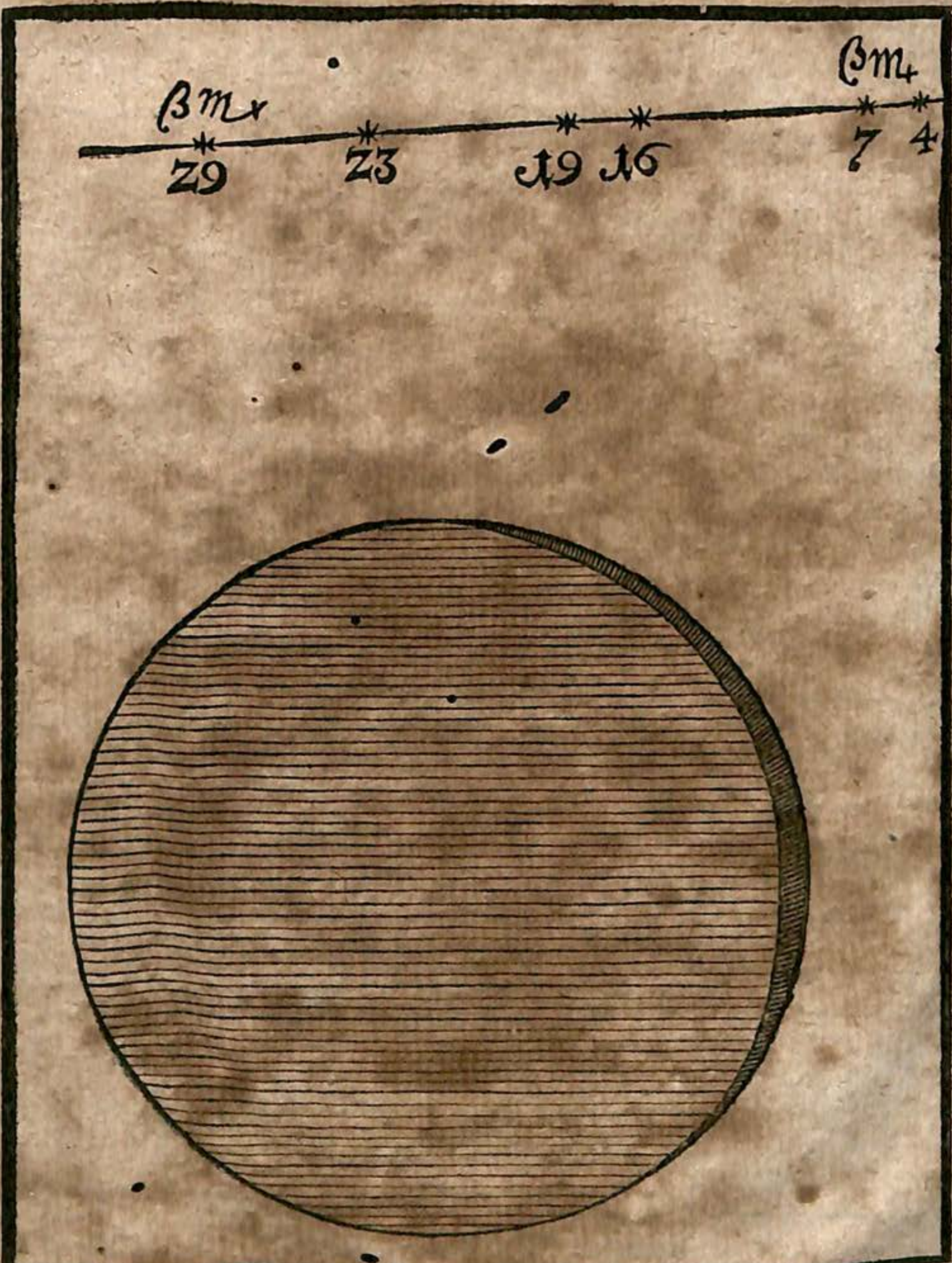
N. XVIII. Differentia meridianorum inter Berolinum & Pekinum ex duabus eclipſibus primi ſatellitis Jovis deducta à *C. Kirch.* p. 180.

N. XIX. Obſervatio Motus Jovis partim retrogradi, partim directi per menſes Martium, Aprilem & Majum A. 1719. in Obſervatorio Berolin. facta à *Jo. Wilh. Wagnero.* p. 181.

ERRA-

Dieſe Figur wird abgeſchnitten und an gehörigen Ort ad pag. 160. gebracht.

Ad paginam 160.



Tranſitus β ♏. obſervatus Gedani per tubum 7. pedum.
Situs inverſus.

ERRATA

Quæ per operarum negligentiam irrepſere inſigniora, ſequenti ratione emendanda indicamus, cetera leviora B L. humanitati corrigenda relinquimus.

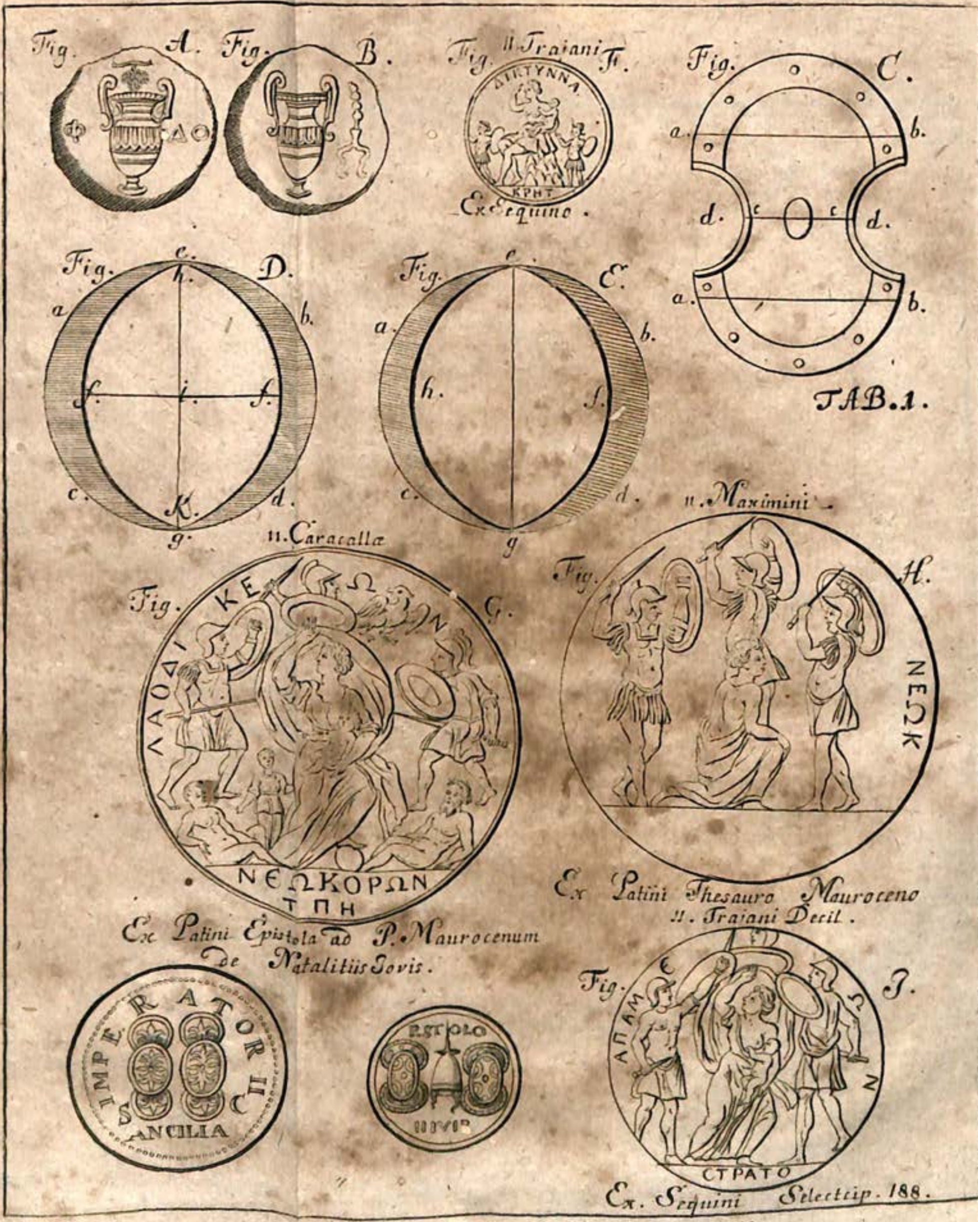
Pag. 6. l. 4. pro *coſulatum*, lege *conſulatum*.
p. 12. l. 10. pro *ſine*, lege *ſinè*.
p. 14. l. 11. pro *formæ*, l. *ſignaculo*.
p. 18. l. 12. pro *attis*, l. *artis*.
p. 19. l. 1. pro *imaginem*, l. *imaginum*.
p. 20. l. 6. pro *incendisſi*, l. *incendiſſe*.
ibid. l. 31. poſt *perſuadeo*, add. *pergis*.
p. 24. l. antepen. pro *recitas*, l. *reciſas*.
p. 25. l. 30. pro *ſicut*, l. *ſicut*.
p. 33. l. 28. pro *nonnullus*, l. *nonnullas*.
p. 34. l. 1. pro *ipſis*, l. *ipſis*.
p. 96. l. 30. pro *eſt*, l. *ex*.
p. 139. l. 6. pro *quæ*, l. *qui*.
p. 147. l. 16. in margine add. *Tab. VIII.*
p. 160. l. 7. pro *ſtella*, l. *ſtellæ*.

Nachricht, an den Buchbinder.

Die zugehörigen Kupffer müſſen in ihrer Ordnung am Ende des Buchs nacheinander dergeſtalt eingeheftet werden, daß wenn ſie aufgeſchlagen, ſie frey auſſer dem Buch gegen das Geſicht zu liegen kommen, zu welchem Ende auf der Seiten eines jeden Kupfferblats ſo viel lediges Papiers gelaſſen iſt, daß ſie zugleich mit eingeheftet werden können.

Monitum ad Bibliopegos.

IN conſuendo hoc Libro Tabulæ figurarum æri inciſarum in fine omnes ordine ita collocandæ & complicandæ ſunt, ut ſi explicentur, viſui ſe ſtatim offerant & commodi uſus gratia extra Librum integræ promineant, quem in Finem ad latus dextrum fere omnium Tabularum illarum ſatis chartæ vacuæ adeſt ut Libro una opera etiam aſſui poſſint.


Fig. A.
Fig. B.
Fig. n. Traiani F.
ΔΙΚΤΥΝΝΑ
ΚΡΗΤ
Ex Sequino.
Fig. C.
a. b. d. c c d. a. b.
TAB. I.
Fig. D.
a b. f. i. f. c. K. d. e. h. g.
Fig. E.
a. b. h. f. c. d. e g
n. Caracallæ
Fig. G.
ΛΑΟΔΙ ΚΕΩΝ
ΝΕΩΚΟΡΩΝ
ΤΠΗ
Ex Patini Epistola ad P. Maurocenum de Natalitiis Jovis.
n. Maximini.
Fig. H.
ΝΕΩΚ
Ex Patini Thesauro Mauroceno
n. Traiani Decii.
Fig. I.
ΑΠΑΜΕ ΩΝ
ΣΤΡΑΤΟ
Ex. Sequini Selectt p. 188.
IMPERATORI II
S C
ANCILIA
IIIVIR

Tab: II.

Fig. A.

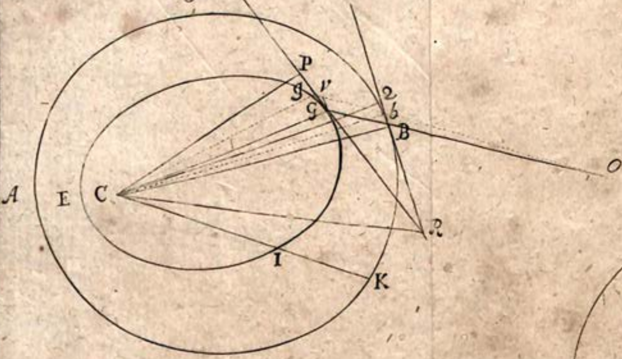


Fig. B.

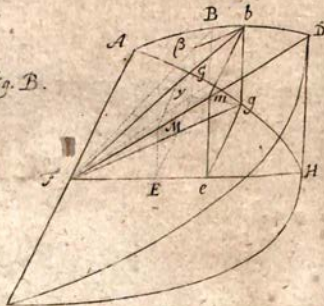
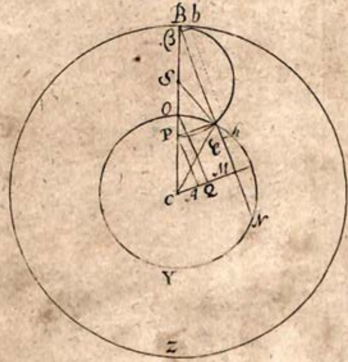
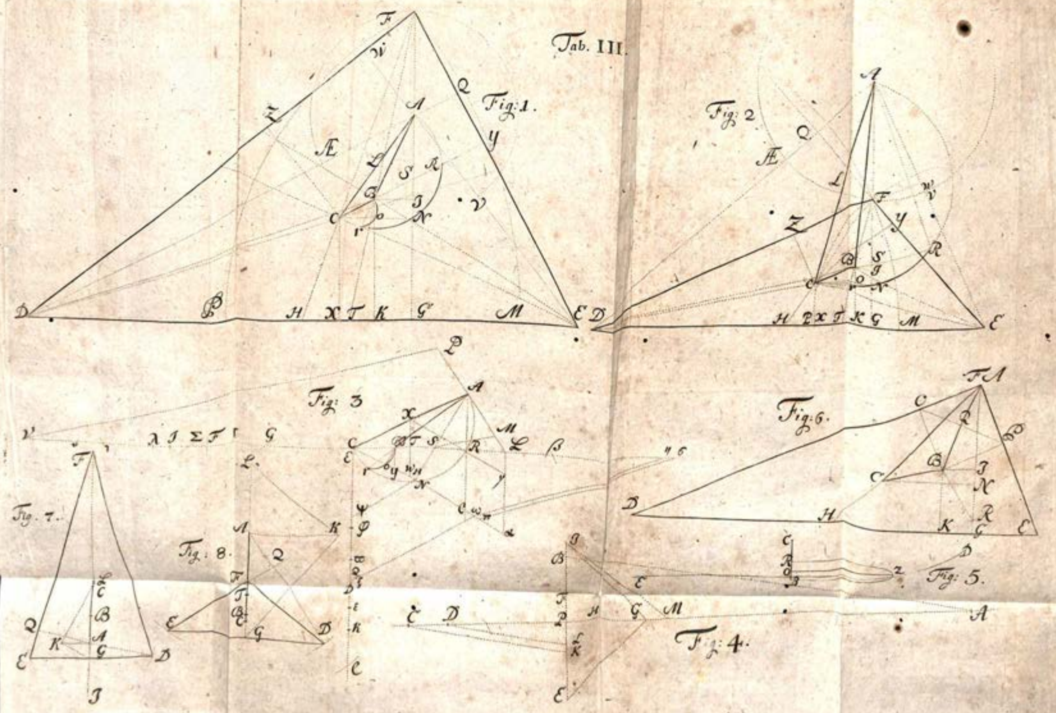
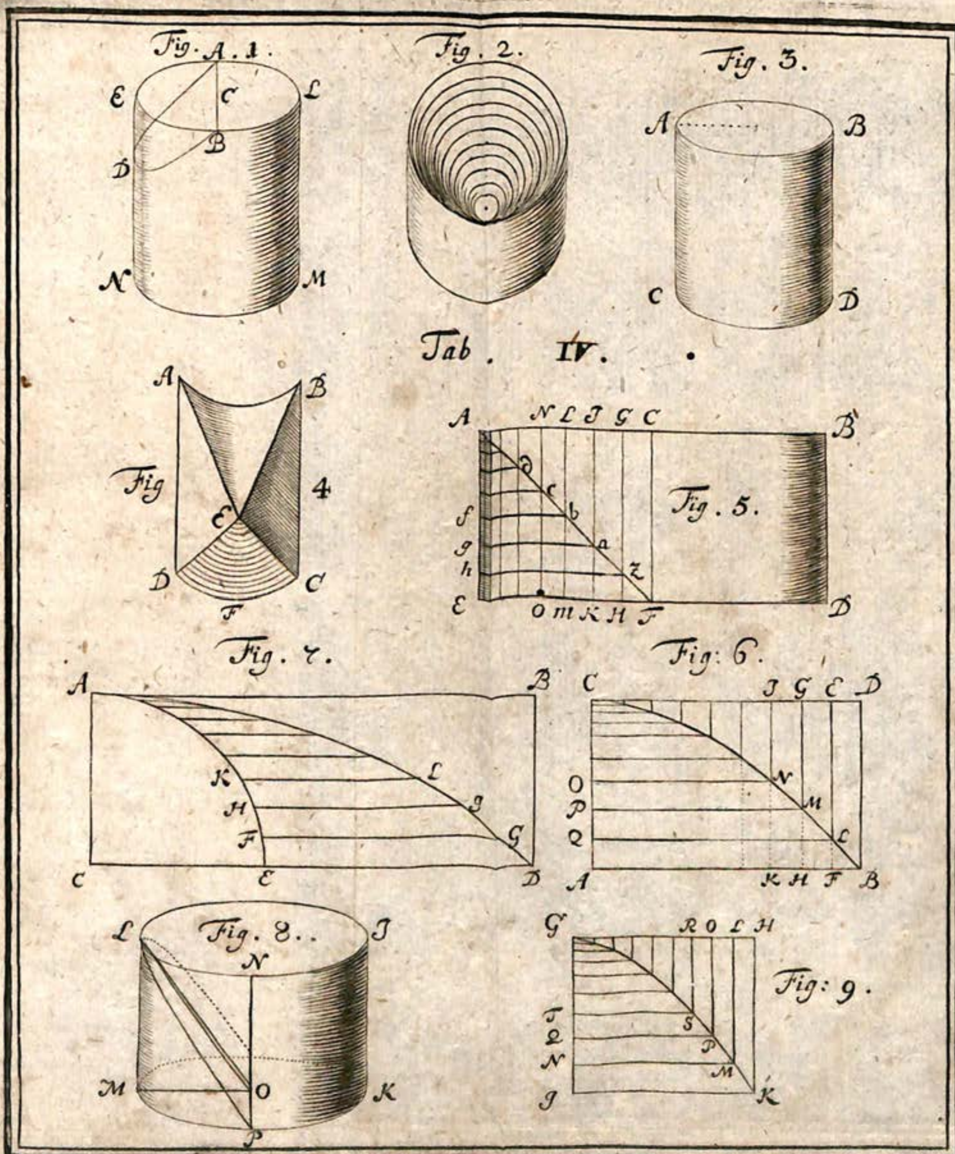


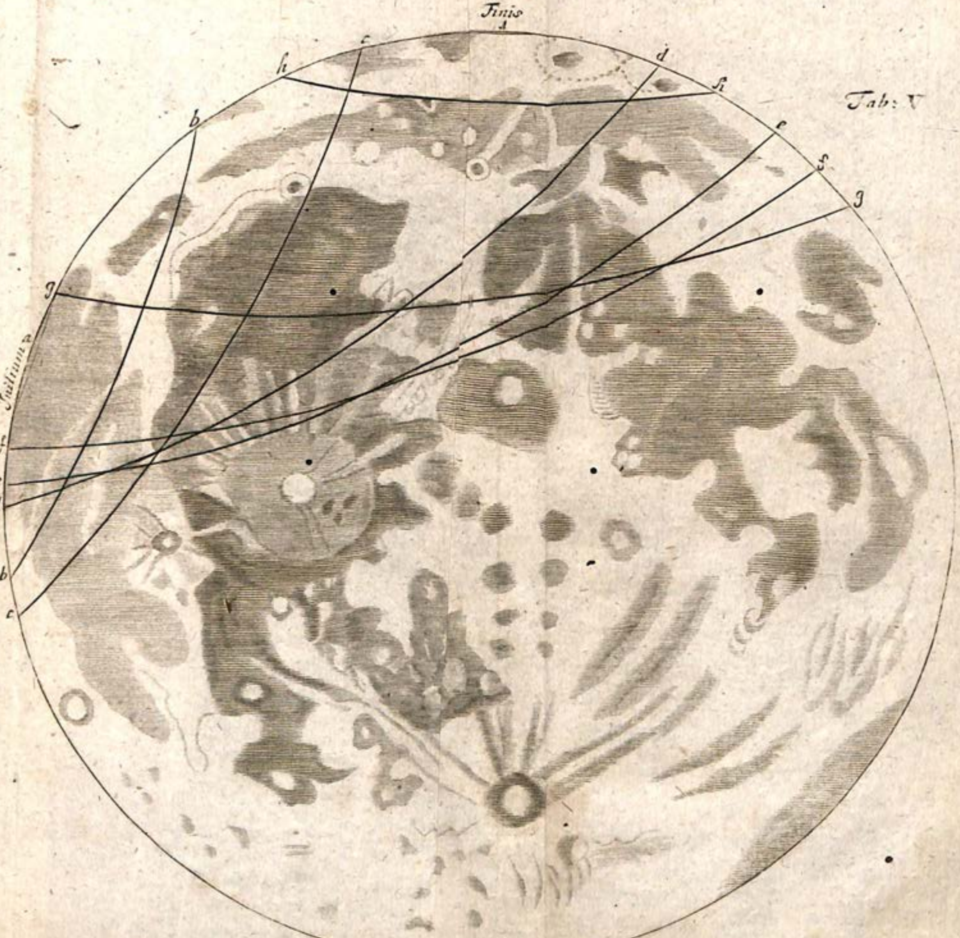
Fig. C.

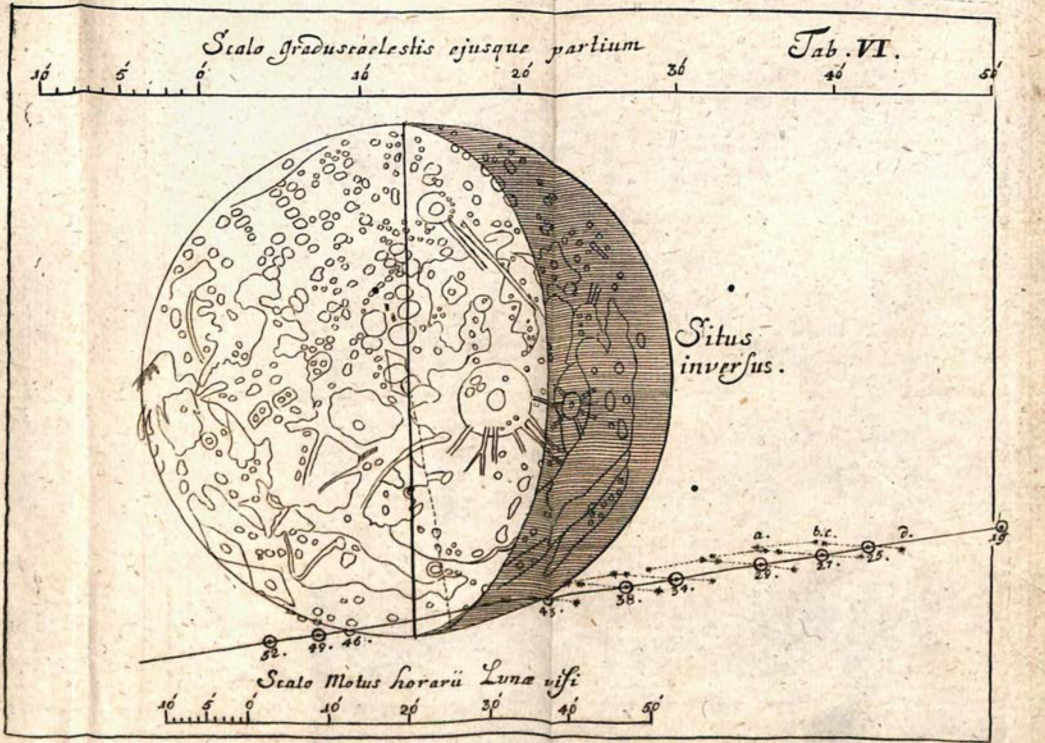


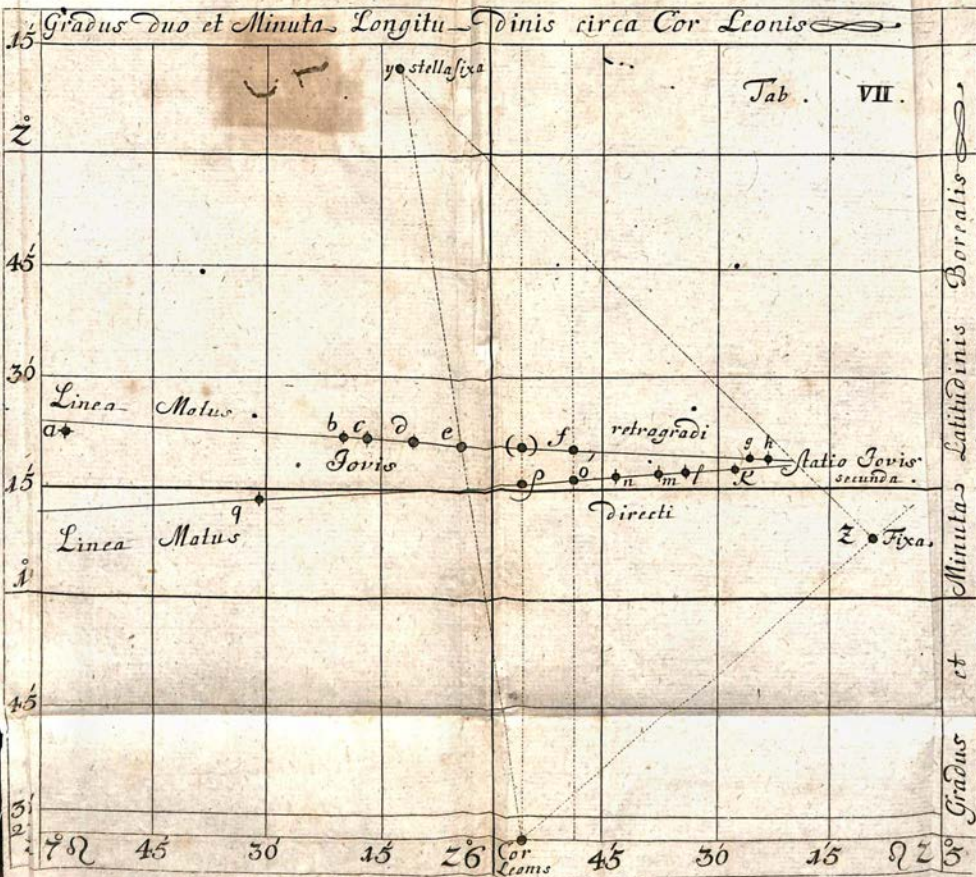

Tab. III.
Fig: 1.
Fig: 2
Fig: 3
Fig: 4.
Fig: 5.
Fig: 6.
Fig. 7.
Fig: 8.


Fig. A. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Tab. IV.
Fig 4
Fig. 5.
Fig. 7.
Fig: 6.
Fig. 8..
Fig: 9.

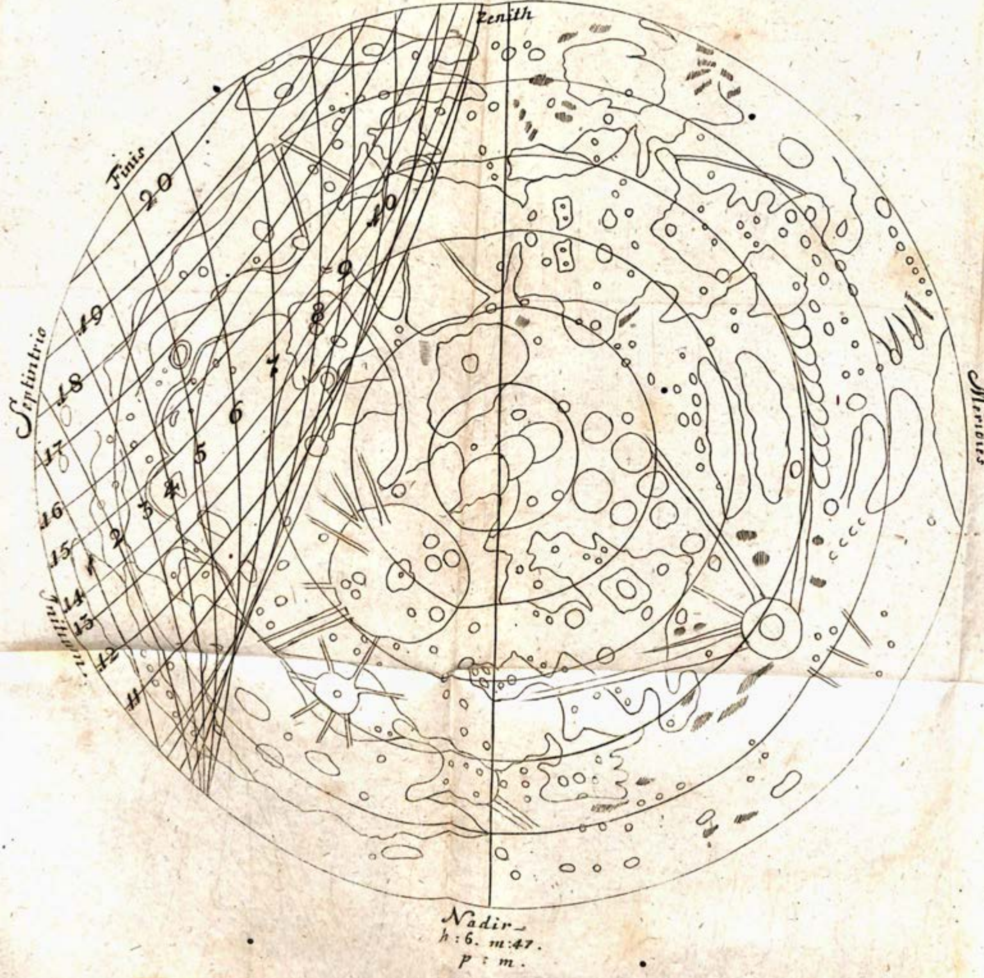
Tab: V




Scala Gradus caelestis ejusque partium
Tab. VI.
Situs
inverſus.
a.
b.c.
d.
19
25.
27.
29.
34.
38.
43.
46.
49.
52.
Scala Motus horarii Lunæ viſi


Gradus duo et Minuta Longitudinis circa Cor Leonis
y stella fixa
Tab. VII.
Linea Motus
Jovis
retrogradi
Statio Jovis secunda
directi
Linea Motus
Z Fixa.
Cor Leonis
Gradus et Minuta Latitudinis Borealis
a b c d e f g h k l m n o q
15′ 2° 45′ 30′ 15′ 1° 45′ 31′
7° ♌ 45′ 30′ 15′ 26° 45′ 30′ 15′ ♌ 25°

Schema
Eclipſeos Lunæ partialis
Anno 1712. d. 23. Januarii p. m.
in hemiſphærio Orientali
obſervata NORINBERGÆ à J. P. à Wurzelbau



00051847

Digitized with financial assistance from the
Government of Maharashtra
on 02 July, 2018